

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES

1. Debe escoger solo cuatro ejercicios entre los ocho de los que consta el examen.
2. Si realiza más de cuatro ejercicios solo se corregirán los cuatro primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
3. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
5. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Considere las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- A) [0,5 PUNTOS] Calcule A^t , donde A^t denota la traspuesta de la matriz A .
- B) [2 PUNTOS] Calcule $(3B - 2C)(A^t - I)$, donde I es la matriz identidad de dimensión 3×3 .

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$.

- A) [0,5 PUNTOS] Calcule el dominio de definición de $f(x)$.
- B) [0,75 PUNTOS] Determine si hay intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$. En caso afirmativo, calcúlelos.
- C) [0,5 PUNTOS] Calcule los cortes de $f(x)$ con los ejes.
- D) [0,75 PUNTOS] Determine los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$.

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

- A) [1,5 PUNTOS] Escriba las ecuaciones paramétricas de las rectas que pasan por el punto $(2, -1, 0)$. Es decir, de aquellas que tienen vector director (v_1, v_2, v_3) , donde $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}$ son parámetros.
- B) [1 PUNTO] De las rectas anteriores, escriba las ecuaciones paramétricas de la recta que tiene vector director $(-1, 4, 1)$.

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Cierto test determina si una persona consume cierto tipo de droga. En el 99% de los casos, el test clasifica como usuario de la droga a aquellos que la han consumido y también en el 99% de los casos, el test clasifica como no usuarios de la droga a aquellos que no la han consumido. Además, el 0,5% de las personas a las que se les va a pasar el test consumen la droga.

- A) [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que las personas a las que se les va a pasar el test no consuman la droga?
- B) [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que una persona consuma la droga si ha dado positivo en el test?

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & b \end{pmatrix}$$

en función del parámetro $b \in \mathbb{R}$.

- A) [0,75 PUNTOS] Calcule el rango de A para los distintos valores del parámetro $b \in \mathbb{R}$.
- B) [0,75 PUNTOS] Determine para que valores de $b \in \mathbb{R}$ la matriz A tiene inversa.
- C) [1 PUNTO] Sea B el conjunto formado por los $b \in \mathbb{R}$ tales que A tiene inversa. Calcule la inversa de A para los diferentes valores del parámetro $b \in B$.

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = \sin(x)$.

- A) [0,75 PUNTOS] Calcule una primitiva de $f(x)$.
- B) [1,75 PUNTOS] Calcule el área del recinto del plano limitado por $f(x)$ y el eje OX de abscisas para $x \in [0, 2\pi]$.

Ejercicio 7 [2,5 PUNTOS]

Considere el par de rectas

$$r : \begin{cases} 3x - 5 = y \\ z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} 6x - 2y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

- A) [1 PUNTO] Calcule la posición relativa de las dos rectas.
- B) [0,5 PUNTOS] De la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.
- C) [1 PUNTO] De la ecuación de un plano ortogonal a la recta r .

Ejercicio 8 [2,5 PUNTOS]

En una población determinada la altura de los niños de 17 años sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 7,41.

- A) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que en dicha población la altura de un niño de 17 años esté entre 170 cm y 180 cm.
- B) [1,5 PUNTOS] ¿A partir de que altura un niño de 17 años de dicha población se encontraría dentro del 5% de niños de 17 años más altos de dicha población?

