MATEMATICAS II y CCSS

PROBLEMAS CON SISTEMAS DE ECUACIONES

https://aprendeconmigomelon.com

20 de septiembre de 2023

Iñigo Zunzunegui Monterrubio

En este libro he reunido una serie de problemas con Sistemas de Ecuaciones. Son un clásico en los exámenes de EVAU tanto en Matemáticas II como en Matemáticas aplicadas a las CCSS. Son más de 120 los ejercicios que podrás encontrar de varias Comunidades. Espero que te sea de utilidad.

Índice general

PROBLEMAS VARIADOS

Ejercicio 1

Una autoescuela tiene abiertas tres sucursales en la ciudad. El número total de matriculados es 352, pero los matriculados en la tercera son tan solo una cuarta parte de los matriculados en la primera. Además la diferencia entre los matriculados en al primera y los matriculados en la segunda es inferior en dos unidades al doble de los matriculados en la tercera.
Averiguar el número de alumnos matriculados en cada sucursal.

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº alumnos matriculados en la primera sucursal”}$$
$$y \equiv \text{“Nº alumnos matriculados en la segunda sucursal”}$$
$$z \equiv \text{“Nº alumnos matriculados en la tercera sucursal”}$$

$$\begin{cases} x+y+z=352 \\ z=\dfrac{x}{4} \\ x-y+2=2z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=352 \\ x-4z=0 \\ x-y-2z=-2 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 352 \\ 1 & 0 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & -2 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 352 \\ 0 & -1 & -5 & -352 \\ 0 & -2 & -3 & -354 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-2F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 352 \\ 0 & -1 & -5 & -352 \\ 0 & 0 & 7 & 350 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+102+50=352 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y-5\cdot 50=352 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 7z=350 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=200 \\ y=102 \\ z=50 \end{array}}$$

Ejercicio 2

En una reunión hay 60 personas entre altas, medianas y bajas. Se sabe que las bajas y medianas duplican el número de las altas. También se sabe que las altas y el doble de las medianas son el doble de las bajas. ¿Cuál es el número de personas altas, bajas y medianas?

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de personas altas”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de personas medianas”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de personas bajas”}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ y + z = 2x \\ x + 2y = 2z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ 2x - y - z = 0 \\ x + 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & -3 & -3 & -120 \\ 0 & 1 & -3 & -60 \end{array} \right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3 + F_2 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & -3 & -3 & -120 \\ 0 & 0 & -12 & -300 \end{array} \right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 15 + 25 = 60 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3y - 3 \cdot 25 = -120 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -12z = -300 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 20 \\ y = 15 \\ z = 25 \end{array}}$$

Ejercicio 3

Un determinado inversor dispone de un capital M que invierte en tres productos financieros A, B y C. Se desea saber cual es el rédito de A, el de B y el de C sabiendo:

- *Si invierte el 25 % en A, el 45 % en B y el resto en C obtiene una rentabilidad del 4,6 %.*
- *Si invierte el 50 % en A, el 40 % en C y el resto en B obtiene una rentabilidad del 4,8 %.*
- *Si invierte exclusivamente y a partes iguales en B y en C obtiene una rentabilidad del 6,5 %.*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Rédito del producto financiero } A\text{”} \\ y &\equiv \text{“Rédito del producto financiero } B\text{”} \\ z &\equiv \text{“Rédito del producto financiero } C\text{”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 0{,}25\cancel{M}x + 0{,}45\cancel{M}y + 0{,}30\cancel{M}z = 0{,}046\cancel{M} \\ 0{,}50\cancel{M}x + 0{,}10\cancel{M}y + 0{,}40\cancel{M}z = 0{,}048\cancel{M} \\ 0{,}50\cancel{M}y + 0{,}50\cancel{M}z = 0{,}065\cancel{M} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 25x + 45y + 30z = 4{,}6 \\ 50x + 10y + 40z = 4{,}8 \\ 50y + 50z = 6{,}5 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 25 & 45 & 30 & 4{,}6 \\ 50 & 10 & 40 & 4{,}8 \\ 0 & 50 & 50 & 6{,}5 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - 2F_1 \\ \\ \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 25 & 45 & 30 & 4{,}6 \\ 0 & -80 & -20 & -4{,}4 \\ 0 & 50 & 50 & 6{,}5 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ 8F_3 + 5F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 25 & 45 & 30 & 4{,}6 \\ 0 & -80 & -20 & -4{,}4 \\ 0 & 0 & 300 & 30 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 25x + 45 \cdot 0{,}03 + 30 \cdot 0{,}1 = 4{,}6 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -80y - 20 \cdot 0{,}1 = -4{,}4 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 300z = 30 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 0{,}01 = 1\,\% \\ y = 0{,}03 = 3\,\% \\ z = 0{,}1 = 10\,\% \end{array}}$$

Ejercicio 4

En un instituto donde se imparten primer y segundo ciclo de Enseñanza obligatoria y Bachillerato hay 20 grupos de alumnos en total. Si sumamos los grupos de Bachillerato y de segundo curso de Enseñanza Obligatoria, obtenemos el triple del número de primer ciclo. Si hubiera un grupo más de segundo ciclo, su número igualaría al de grupos de bachillerato.
¿Cuántos grupos hay de bachillerato, de primer ciclo y de segundo ciclo de enseñanza obligatoria?

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de grupos de } 1^{er}\text{ ciclo”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de grupos de } 2^{\text{o}}\text{ ciclo”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de grupos de Bachillerato”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ y+z=3x \\ y+1=z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=20 \\ 3x-y-z=0 \\ y-z=-1 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_3-3F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & -4 & -4 & -60 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 4F_3+F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & -4 & -4 & -60 \\ 0 & 0 & -8 & -64 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+7+8=20 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -4y-4\cdot 8=-60 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -8z=-64 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=5 \\ y=7 \\ z=8 \end{array}}$$

Ejercicio 5

> *Un país importa 21000 vehículos mensuales de las marcas X, Y y Z al precio de 12000, 15000 y 20000 euros, respectivamente. Si el total de la importación asciende a 32,2 millones de euros, y de la marca X se importa el 40 % de la suma de las otras dos marcas, ¿cuántos vehículos de cada marca entran en ese país?*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de vehículos de la marca } X\text{”} \\ y &\equiv \text{“Nº de vehículos de la marca } Y\text{”} \\ z &\equiv \text{“Nº de vehículos de la marca } Z\text{”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+y+z=21000 \\ 12000x+15000y+20000z=32200000 \\ x=0{,}4\cdot(y+z) \end{cases} \implies \begin{cases} x+y+z=21000 \\ 12x+15y+20z=320000 \\ 10x-4y-4z=0 \end{cases}$$

$$A/A^*=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 21000 \\ 12 & 15 & 20 & 320000 \\ 10 & -4 & -4 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-12F_1 \\ F_3-10F_1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 21000 \\ 0 & 3 & 8 & 68000 \\ 0 & -14 & -14 & -210000 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ 3F_3+14F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 21000 \\ 0 & 3 & 8 & 68000 \\ 0 & 0 & 70 & 322000 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+10400+4600=21000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 3y+8\cdot 4600=68000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 70z=322000 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=6000 \\ y=10400 \\ z=4600 \end{array}}$$

Ejercicio 6

La suma de las cifras de un número comprendido entre 100 *y* 999 *es* 13*. Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas, el número disminuye en* 198*. Si se intercambian las de las unidades y las decenas, el número aumenta en* 36*. ¿Cuál es este número?*

Solución.

Sean las incógnitas: | x | y | z |

$$x \equiv \text{“Cifra de las centenas”}$$
$$y \equiv \text{“Cifra de las decenas”}$$
$$z \equiv \text{“Cifra de las unidades”}$$

$$\begin{cases} x+y+z=13 \\ (100x+10y+z)-(100z+10y+x)=198 \\ (100x+10z+y)-(100x+10y+z)=36 \end{cases} \implies \begin{cases} x+y+z=13 \\ x-z=2 \\ -y+z=4 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & -1 & -2 & -11 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & -1 & -2 & -11 \\ 0 & 0 & 3 & 15 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+1+5=13 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y-2\cdot 5=-11 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 3z=15 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=7 \\ y=1 \\ z=5 \end{array}}$$

Ejercicio 7

Con 2000 euros se pueden comprar los artículos A, B, C y D en la tienda "Compre barato", y con 2100 euros se pueden comprar los mismos cuatro artículos en la tienda "Vendemos calidad". En esta segunda tienda los precios de A, B y C son un 20 % superiores a los de la primera tienda, en tanto que el precio de D en la segunda es un 15 % más barato que n la primera. Averiguar razonadamente el precio de D en la primera tienda y justifica que no podemos hallar el precio de A con los datos que nos han dado

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} a &\equiv \text{"Precio del artículo } A \text{ en la tienda } \textit{Compre barato}\text{"} \\ b &\equiv \text{"Precio del artículo } B \text{ en la tienda } \textit{Compre barato}\text{"} \\ c &\equiv \text{"Precio del artículo } C \text{ en la tienda } \textit{Compre barato}\text{"} \\ d &\equiv \text{"Precio del artículo } D \text{ en la tienda } \textit{Compre barato}\text{"} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a+b+c+d=2000 \\ 1{,}2\cdot(a+b+c)+0{,}85d=2100 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a+b+c+d=2000 \\ 1{,}2a+1{,}2b+1{,}2c+0{,}85d=2100 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 2000 \\ 1{,}2 & 1{,}2 & 1{,}2 & 0{,}85 & 2100 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-1{,}2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 2000 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}35 & -300 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow a+\lambda+\mu+857{,}14=2000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow b=\lambda & \Rightarrow \\ \Rightarrow c=\mu & \Rightarrow \\ \Rightarrow -0{,}35d=-300 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{cc} a=1142{,}86-\lambda-\mu & \\ b=\lambda & \lambda,\ \mu\in\mathbb{R} \\ c=\mu & \\ d=857{,}14 & \end{array}}$$

El sistema es compatible indeterminado, lo que significa que tiene infinitas soluciones y por tanto no hay datos suficientes para determinar el valor de todas las incógnitas.

Ejercicio 8

De tres amigos, Ana, Pedro y Juan se sabe lo siguiente:

- *El doble de la edad de Ana más el triple de la edad de Pedro es tres años superior a cuatro veces la edad de Juan.*
- *El triple de la edad de Juan menos el doble de la edad de Pedro es siete años inferior al doble de la edad de Ana.*
- *El doble de la edad de Ana más el doble de la edad de Juan es tres años inferior a cinco veces la edad de Pedro.*

Calcula la edad de cada uno de los tres amigos

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Edad de Ana”} \\ y &\equiv \text{“Edad de Pedro”} \\ z &\equiv \text{“Edad de Juan”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=4z+3 \\ 3z-2y+7=2x \\ 2x+2z+3=5y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x+3y-4z=3 \\ 2x+2y-3z=7 \\ 2x-5y+2z=3 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & 3 & -4 & 3 \\ 2 & 2 & -3 & 7 \\ 2 & -5 & 2 & -3 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & 3 & -4 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -8 & 6 & -6 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3-8F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & 3 & -4 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & -38 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 2x+3\cdot 15-4\cdot 19=3 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y+19=4 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2z=-38 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=17 \\ y=15 \\ z=19 \end{array}}$$

Ejercicio 9

Se mezclan tres clases de vinos A, B y C de la siguiente manera:

- 5 *litros de A,* 6 *litros de B y* 3 *de C, dando un vino de* 12 *euros/litro.*
- 1 *litros de A,* 3 *litros de B y* 6 *de C, dando un vino de* 11,1 *euros/litro.*
- 3 *litros de A,* 6 *litros de B y* 6 *de C, dando un vino de* 11,6 *euros/litro.*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del vino } A \text{ (€/litro)”} \\ y &\equiv \text{“Precio del vino } B \text{ (€/litro)”} \\ z &\equiv \text{“Precio del vino } C \text{ (€/litro)”} \end{aligned}$$

En los problemas de mezclas, el truco para obtener las ecuaciones es decir que el precio de los componentes de la mezcla es igual al precio de la mezcla obtenida:

$$\begin{cases} 5x + 6y3z = 14 \cdot 12 \\ x + 3y + 6z = 11{,}1 \cdot 10 \\ 3x + 6y + 6z = 15 \cdot 11{,}6 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 5x + 6y + 3z = 168 \\ x + 3y + 6z = 111 \\ 3x + 6y + 6z = 174 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 6 & 3 & 168 \\ 1 & 3 & 6 & 111 \\ 3 & 6 & 6 & 174 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ 5F_2 - F_1 \\ 5F_3 - 3F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 6 & 3 & 168 \\ 0 & 9 & 27 & 387 \\ 0 & 12 & 21 & 366 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ 3F_3 - 4F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 6 & 3 & 168 \\ 0 & 9 & 27 & 387 \\ 0 & 0 & -45 & -450 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 5x + 6 \cdot 13 + 3 \cdot 10 = 168 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 9y + 27 \cdot 10 = 387 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -45z = -450 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 12 \\ y = 13 \\ z = 10 \end{array}}$$

Ejercicio 10

En cierto comercio, un cliente compra 5 kg de patatas, 3 kg de azúcar y 2 kg de café gastando un total de 185 euros. Otro cliente compra 2 kg de patatas, 2 kg de azúcar y 1 kg de café, gastando 90 euros. Un tercer cliente compra 4 kg de azúcar y 5 kg de café, gastando 320 euros. Halla el precio de cada artículo.

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del kg de patatas”} \\ y &\equiv \text{“Precio del kg de azúcar”} \\ z &\equiv \text{“Precio del kg de café”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 5x + 3y + 2z = 185 \\ 2x + 2y + z = 90 \\ 4y + 5z = 320 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & 2 & 185 \\ 2 & 2 & 1 & 90 \\ 0 & 4 & 5 & 320 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 5F_2 - 2F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & 2 & 185 \\ 0 & 4 & 1 & 80 \\ 0 & 4 & 5 & 320 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & 2 & 185 \\ 0 & 4 & 1 & 80 \\ 0 & 0 & 4 & 240 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 5x + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 60 = 185 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 4y + 60 = 80 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 4z = 240 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 10 \\ y = 5 \\ z = 60 \end{array}}$$

Ejercicio 11

Un capitán tiene tres compañías: una de suizos, otra de zuavos y una tercera de sajones. Al asaltar una fortaleza, el capitán promete una recompensa de 901 escudos que se repartirán de la siguiente forma: el soldado que primero suba y todos los de su compañía recibirán un escudo; el resto de la recompensa se repartirá a partes iguales entre el resto de los soldados. Sabiendo que si el primero que sube es un suizo, los de las demás compañías reciben medio escudo; si el primero es zuavo, los restantes reciben un tercio de escudo; y si el primero es sajón, un cuarto de escudo. ¿Cuántos soldados hay en cada compañía?

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de suizos”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de zuavos”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de sajones”}$$

$$\begin{cases} x + \dfrac{1}{2}\cdot(y+z) = 901 \\ y + \dfrac{1}{3}\cdot(x+z) = 901 \\ z + \dfrac{1}{4}\cdot(x+y) = 901 \end{cases} \implies \begin{cases} 2x + y + z = 1802 \\ x + 3y + z = 2703 \\ x + y + 4z = 3604 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 1802 \\ 1 & 3 & 1 & 2703 \\ 1 & 1 & 4 & 3604 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 2F_2 - F_1 \\ 2F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 1802 \\ 0 & 5 & 1 & 3604 \\ 0 & 1 & 7 & 5406 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 5F_3 - F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 1802 \\ 0 & 5 & 1 & 3604 \\ 0 & 0 & 34 & 23426 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 2x + 583 + 689 = 1802 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 5y + 689 = 3604 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 34z = 23426 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 265 \\ y = 583 \\ z = 689 \end{array}}$$

Ejercicio 12

Si la altura de Carlos aumenta el triple de la diferencia de las alturas de Antonio y Juan, Carlos sería igual de alto que Juan. Las alturas de los tres suman 515 cm. Ocho veces la altura de Antonio equivale a nueve veces la de Carlos. Halla las tres alturas.

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Altura de Carlos (cm)”}$$
$$y \equiv \text{“Altura de Antonio (cm)”}$$
$$z \equiv \text{“Altura de Juan (cm)”}$$

$$\begin{cases} x+y+z=515 \\ x+3\cdot(y-z)=z \\ 8y=9x \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=515 \\ x+3y-4z=0 \\ 9x-8y=0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 515 \\ 1 & 3 & -4 & 0 \\ 9 & -8 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-F_1 \\ F_3-9F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 515 \\ 0 & 2 & -5 & -515 \\ 0 & -17 & -9 & -4635 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ 2F_3+17F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 515 \\ 0 & 2 & -5 & -515 \\ 0 & 0 & -103 & -18025 \end{array}\right) \begin{array}{lc} \Rightarrow x+180+175=515 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -4y-5\cdot 175=-515 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -103z=-18025 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=160 \\ y=180 \\ z=175 \end{array}}$$

Ejercicio 13

Invirtiendo 1 millón de euros en acciones de tipo A y 2 millones en acciones de tipo B, obtendríamos unos intereses totales (anuales) de 280000 euros, y si invertimos 2 millones en A y 1 millón en B obtenemos 260000 euros. ¿Cuáles serían los intereses si se invirtieran 3 millonesen A y 5 millones en B?

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Tipo de interés anual de las acciones del tipo } A\text{”}$$
$$y \equiv \text{“Tipo de interés anual de las acciones del tipo } B\text{”}$$

Para hallar el sistema de ecuaciones trabajaremos en millones de euros

$$\begin{cases} x + 2y = 0{,}28 \\ 2x + y = 0{,}26 \end{cases}$$

Vamos a resolver el sistema por el método de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0{,}28 & 2 \\ 0{,}26 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-0{,}24}{-3} = 0{,}08 = 8\,\% \qquad \& \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0{,}28 \\ 2 & 0{,}26 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-0{,}3}{-3} = 0{,}1 = 10\,\%$$

Así que el interés obtenido al invertir 3 millones de euros en acciones del tipo A y 5 en acciones del tipo B será:

$$0{,}08 \cdot 3 + 0{,}1 \cdot 5 = 0{,}74 \implies 740000 \text{ euros}$$

Ejercicio 14

> *La suma de las tres cifras de un determinado número es 13. La cifra de las centenas excede en cuatro unidades la de las decenas. Si se intercambia la cifra de las unidades con la de las centenas el número aumenta en 495 unidades. ¿De qué número se trata?*

Solución. Sean las incógnitas: | x | y | z |

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Cifra de las centenas”} \\ y &\equiv \text{“Cifra de las decenas”} \\ z &\equiv \text{“Cifra de las unidades”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+y+z=13 \\ x=y+4 \\ (100z+10y+x)-(100x+10y+z)=495 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=13 \\ x-y=4 \\ x-z=-5 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 1 & -1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & -5 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & -2 & -1 & -9 \\ 0 & -1 & -2 & -18 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ 2F_2-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & -2 & -1 & -9 \\ 0 & 0 & -3 & -27 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+0+9=13 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y-9=-9 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3z=-27 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=4 \\ y=0 \\ z=9 \end{array}}$$

Ejercicio 15

Los estudiantes de cierto curso venden camisetas, gorras y banderines para ayudarse a pagar un viaje. Cada camiseta se vende a 80 *euros, cada gorra a* 12 *euros y cada banderín a* 20 *euros. Los costes de cada prenda son de* 30 *euros por camiseta,* 2 *euros por gorra y* 8 *euros por banderín. El beneficio neto obtenido es de* 6740 *euros y el gasto total es de* 3460 *euros. Sabiendo que se ha vendido un total de* 270 *unidades en conjunto, calcula cuántas se han vendido de cada clase.*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\text{o}} \text{ de camisetas vendidas”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\text{o}} \text{ de gorras vendidas”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\text{o}} \text{ de banderines vendidas”} \end{aligned}$$

	Camisetas	Gorras	Banderines
Precio Venta	80	12	20
Coste	30	2	8
Beneficio	50	10	12

$$\begin{cases} x + y + z = 270 \\ 50x + 10y + 12z = 6740 \\ 30x + 2y + 8z = 3460 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 270 \\ 50 & 10 & 12 & 6740 \\ 30 & 2 & 8 & 3460 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 50F_1 \\ F_3 - 30F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 270 \\ 0 & -40 & -38 & -6760 \\ 0 & -28 & -22 & -4640 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 10F_3 - 7F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 270 \\ 0 & -40 & -38 & -6760 \\ 0 & 0 & 46 & 920 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 150 + 20 = 270 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -40y - 38 \cdot 20 = -6760 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 46z = 920 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 100 \\ y = 150 \\ z = 20 \end{array}}$$

Ejercicio 16

En un jardín hay 22 árboles entre naranjos, limoneros y membrillos. El doble del número de limoneros, más el triple del número de membrillos es igual al doble del número de naranjos. Además se sabe que el número de naranjos es el doble del de limoneros, ¿cuántos árboles hay de cada tipo?

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“N}^{\underline{o}}\text{ de naranjos”}$$
$$y \equiv \text{“N}^{\underline{o}}\text{ de limoneros”}$$
$$z \equiv \text{“N}^{\underline{o}}\text{ de membrillos”}$$

$$\begin{cases} x+y+z=22 \\ 2y+3z=2x \\ x=2y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=22 \\ 2x-2y-3z=0 \\ x-2y=0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 22 \\ 2 & -2 & -3 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-2F_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 22 \\ 0 & -4 & -5 & -44 \\ 0 & -3 & -1 & -22 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 4F_3-3F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 22 \\ 0 & -4 & -5 & -44 \\ 0 & 0 & 11 & 44 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+6+4=22 \\ \Rightarrow -4y-5\cdot 4=-44 \\ \Rightarrow 11z=44 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=12 \\ y=6 \\ z=4 \end{array}}$$

Ejercicio 17

Los gastos diarios de tres amigos, Marta, Raúl y Pedro, suman 1545 euros. Si a lo que gasta Marta se le suma el triple de la diferencia entre los gastos de Raúl y Pedro, obtendremos lo que gasta Pedro. Ocho veces la diferencia entre el gasto de Raúl y el de Marta es igual al gasto de Marta. Averigua cuál es la cantidad que gasta cada uno.

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Gastos de Marta”} \\ y &\equiv \text{“Gastos de Raúl”} \\ z &\equiv \text{“Gastos de Pedro”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+y+z=1545 \\ x+3\cdot(y-z)=z \\ 8\cdot(y-x)=x \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=1545 \\ x+3y-4z=0 \\ 9x-8y=0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1545 \\ 1 & 3 & -4 & 0 \\ 9 & -8 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ F_3-9F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1545 \\ 0 & 2 & -5 & -1545 \\ 0 & -17 & -9 & -13905 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 2F_3+17F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1545 \\ 0 & 2 & -5 & -1545 \\ 0 & 0 & -103 & -54075 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+540+525=1545 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 2y-5\cdot 525=-1545 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -103z=-54074 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=480 \\ y=540 \\ z=525 \end{array}}$$

Ejercicio 18

Una tienda ha vendido 600 ejemplares de un videojuego por un total de 6384 euros. El precio original era de 12 euros, pero también ha vendido copias defectuosas con descuentos del 30 % y 40 %. Sabiendo que el número de copias defectuosas vendidas fue la mitad del de copias en buen estado, calcula a cuántas copias se le aplicó el 30 % de descuento.

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de videojuegos a precio completo”} \\ y &\equiv \text{“Nº de videojuegos con descuento del 30 \%”} \\ z &\equiv \text{“Nº de videojuegos con descuento del 40 \%”} \end{aligned}$$

El precio con descuento del videojuego será:

- $30\,\% \implies 12 \cdot (1 - 0{,}3) = 8{,}4$ euros
- $40\,\% \implies 12 \cdot (1 - 0{,}4) = 7{,}2$ euros

$$\begin{cases} x + y + z = 600 \\ 12x + 8{,}4y + 7{,}2z = 6384 \\ y + z = \dfrac{x}{2} \end{cases} \implies \begin{cases} x + y + z = 600 \\ 10x + 7y + 6z = 5320 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 600 \\ 10 & 7 & 6 & 5320 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - 10F_1 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 600 \\ 0 & -3 & -4 & -680 \\ 0 & -3 & -3 & -600 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 600 \\ 0 & -3 & -4 & -680 \\ 0 & 0 & 1 & 80 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 120 + 80 = 600 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3y - 4 \cdot 80 = -680 & \Rightarrow \\ \Rightarrow z = 80 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 400 \\ y = 120 \\ z = 80 \end{array}}$$

Ejercicio 19

Un cajero automático contiene 95 *billetes de* 10, 20 *y* 50 *euros y un total de* 2000 *euros. Si el número de billetes de* 10 *euros es el doble que el número de billetes de* 20 *euros, averigua cuántos billetes hay de cada tipo.*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de billetes de 10 euros”}$$
$$y \equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de billetes de 20 euros”}$$
$$z \equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de billetes de 50 euros”}$$

$$\begin{cases} x+y+z=95 \\ 10x+20y+50z=2000 \\ x=2y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=95 \\ x+2y+5z=200 \\ x-2y=0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 95 \\ 1 & 2 & 5 & 200 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 95 \\ 0 & 1 & 4 & 105 \\ 0 & -3 & -1 & -95 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3+3F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 95 \\ 0 & 1 & 4 & 105 \\ 0 & 0 & 11 & 220 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+25+20=95 \\ \Rightarrow y+4\cdot 20=105 \\ \Rightarrow 11z=220 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=50 \\ y=25 \\ z=20 \end{array}}$$

Ejercicio 20

Halla un número de tres cifras sabiendo que estas suman 9; que, si del número dado se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es 198, y que la cifra de las decenas es media aritmética de las otras dos.

Solución.

Sean las incógnitas: | x | y | z |

$$x \equiv \text{"Cifra de las centenas"}$$
$$y \equiv \text{"Cifra de las decenas"}$$
$$z \equiv \text{"Cifra de las unidades"}$$

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ (100x+10y+z)-(100z+10y+x)=198 \\ y=\dfrac{x+z}{z} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=9 \\ x-z=2 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & -1 & -2 & -7 \\ 0 & -3 & 0 & -9 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3-3F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & -1 & -2 & -7 \\ 0 & 0 & 6 & 12 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+3+2=9 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y-2\cdot 2=-7 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 6z=12 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=4 \\ y=3 \\ z=2 \end{array}}$$

Ejercicio 21

Se dispone de tres cajas A, B y C con monedas de 1 euro. Se sabe que en total hay 36 euros. El número de monedas de A excede en 2 a la suma de las monedas de las otras dos cajas. Si se traslada 1 moneda de la caja B a la caja A, esta tendrá el doble de monedas que B. Averiguar cuántas monedas había en cada caja.

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de monedas de la caja } A\text{”}$$
$$y \equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de monedas de la caja } B\text{”}$$
$$z \equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de monedas de la caja } C\text{”}$$

$$\begin{cases} x+y+z=36 \\ x=y+z+2 \\ x+1=2\cdot(y-1) \end{cases} \implies \begin{cases} x+y+z=36 \\ x-y-z=2 \\ x-2y=-3 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & -3 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 0 & -2 & -2 & -34 \\ 0 & -3 & -1 & -39 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 2F_3-3F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 0 & -2 & -2 & -34 \\ 0 & 0 & 4 & 24 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+11+6=36 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y-2\cdot 6=-34 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 4z=24 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=19 \\ y=11 \\ z=6 \end{array}}$$

Ejercicio 22

Una empresa dispone de 27200 euros para actividades de formación de sus cien empleados. Después de estudiar las necesidades de los empleados se ha decidido organizar tres cursos: A, B y C. La subvención por persona para el curso A es de 400 euros, para el curso B es de 160 euros y de 200 euros para el C. Si la cantidad que se dedica al curso A es cinco veces mayor que la correspondiente al B, ¿cuántos empleados siguen cada curso?

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº empleados en el curso } A\text{”}$$
$$y \equiv \text{“Nº empleados en el curso } B\text{”}$$
$$z \equiv \text{“Nº empleados en el curso } C\text{”}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 400x + 160y + 200z = 27200 \\ 400x = 5 \cdot 160y \end{cases} \implies \begin{cases} x + y + z = 100 \\ 10x + 4y + 5z = 680 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 10 & 4 & 5 & 680 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 10F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & -6 & -5 & -320 \\ 0 & -3 & -1 & -100 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 2F_3 - F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & -6 & -5 & -320 \\ 0 & 0 & 3 & 120 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 20 + 40 = 100 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -6y - 5 \cdot 40 = -320 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 3z = 120 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 40 \\ y = 20 \\ z = 40 \end{array}}$$

Ejercicio 23

La edad de un padre es el doble de la suma de las edades de sus dos hijos, mientras que hace unos años (exactamente la diferencia de las edades actuales de los hijos) la edad del padre era triple que la suma de las edades en aquel tiempo de sus hijos. Cuando pasen tantos años como la suma de las edades actuales de los hijos, entre los tres sumarán 150 años. ¿Qué edad tenía el padre cuando nacieron sus hijos?

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Edad del padre”} \\ y &\equiv \text{“Edad del hijo mayor”} \\ z &\equiv \text{“Edad del hijo menor”} \end{aligned}$$

	Edad actual	Hace y-z años	Dentro de y+z años
Padre	x	$x-(y-z)=x-y+z$	$x+(y+z)=x+y+z$
Hijo mayor	y	$y-(y-z)=z$	$y+(y+z)=2y+z$
Hijo menor	z	$z-(y-z)=2z-y$	$z+(y+z)=y+2z$

$$\begin{cases} x=2\cdot(y+z) \\ x-y+z=3\cdot(z+2z-y) \\ (x+y+z)+(2y+z)+(y+2z)=150 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x-2y-2z=0 \\ x+2y-8z=0 \\ x+4y+4z=150 \end{cases}$$

$$A/A^*=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & 4 & 150 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -6 & 0 \\ 0 & 6 & 6 & 150 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ 2F_3-3F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 30 & 300 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x-2\cdot 15-2\cdot 10=0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 4y-6\cdot 10=0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 30z=300 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=50 \\ y=15 \\ z=10 \end{array}}$$

Ejercicio 24

Una tienda ha vendido 330 discos compactos de música clásica, rock y cantautores por un importe total de 7400 euros. El precio de un disco compacto de música clásica es 25 euros, y los de grupos de rock y cantautores un 15 % y un 20 % más baratos que los de música clásica, respectivamente. También se sabe que se ha vendido una cantidad de compactos de cantautores que es igual a los dos tercios del número de compactos de rock vendidos. Averigua cuántos discos compactos se han vendido de cada clase.

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº discos de música clásica”} \\ y &\equiv \text{“Nº discos de música rock”} \\ z &\equiv \text{“Nº discos de música de cantautores”} \end{aligned}$$

Los precios de cada uno de los discos son:

- Música clásica 25€
- Música rock $25 \cdot (1 - 0{,}15) = 21{,}25$€
- Música de cantautores $25 \cdot (1 - 0{,}20) = 20$€

$$\begin{cases} x + y + z = 330 \\ 25x + 21{,}25y + 20z = 7400 \\ z = \dfrac{2}{3}y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 330 \\ 25x + 21{,}25y + 20z = 7400 \\ 2y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 330 \\ 25 & 21{,}25 & 20 & 7400 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - 25F_3 \\ \\ \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 330 \\ 0 & -3{,}75 & -5 & -850 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ 3{,}75F_3 + 2F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 330 \\ 0 & -3{,}75 & -5 & -850 \\ 0 & 0 & -21{,}25 & -1700 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 120 + 80 = 330 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3{,}75y - 5 \cdot 80 = -850 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -21{,}25z = -1700 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 130 \\ y = 120 \\ z = 80 \end{array}}$$

Ejercicio 25

Un autobús de la Universidad transporta en hora punta 80 *viajeros de tres tipos:*

- *Viajeros que pagan el billete entero, que vale* 0,75 *euros.*
- *Viajeros con bono de descuento del* 20 %*.*
- *Estudiantes con bono del* 40 % *de descuento.*

La recaudación del autobús en ese viaje fue de 39,75 *euros.*
Calcula el número de viajeros de cada clase sabiendo que el número de estudiantes es el triple que el número del resto de viajeros.

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de viajeros sin descuento”} \\ y &\equiv \text{“Nº de viajeros con bono”} \\ z &\equiv \text{“Nº de estudiantes”} \end{aligned}$$

Los precios que pagarán cada uno serán:

- Viajeros sin descuento: 0,75 euros
- Viajeros con bono: $0{,}75 \cdot (1 - 0{,}2) = 0{,}6$
- Estudiantes: $0{,}75 \cdot (1 - 0{,}4) = 0{,}45$

$$\begin{cases} x + y + z = 80 \\ 0{,}75x + 0{,}6y + 0{,}45z = 39{,}75 \\ z = 3 \cdot (x + y) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 80 \\ 15x + 12y + 9z = 795 \\ 3x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 80 \\ 15 & 12 & 9 & 795 \\ 3 & 3 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 15F_1 \\ F_3 - 3F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 80 \\ 0 & -3 & -6 & -405 \\ 0 & 0 & -4 & -240 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 15 + 60 = 80 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3y - 6 \cdot 60 = -405 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -4z = -240 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 5 \\ y = 15 \\ z = 60 \end{array}}$$

Ejercicio 26

> *De la edad de tres hermanos, Ana, Jesús y Fernando, se sabe que: el doble de la edad de Ana más el triple de la edad de Jesús es tres años superior a cuatro veces la edad de Fernando; el triple de la edad de Fernando menos el doble de la edad de Jesús es siete años inferior al doble de la edad de Ana; y el doble de la edad de Ana más el doble de la edad de Fernando es tres años inferior a cinco veces la edad de Jesús. Calcular la edad de cada uno de los hermanos.*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Edad de Ana”} \\ y &\equiv \text{“Edad de Jesús”} \\ z &\equiv \text{“Edad de Fernando”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4z + 3 \\ 3z - 2y + 7 = 2x \\ 2x + 2z + 3 = 5y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3 \\ 2x + 2y - 3z = 7 \\ 2x - 5y + 2z = -3 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & 3 & -4 & 3 \\ 2 & 2 & -3 & 7 \\ 2 & -5 & 2 & -3 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & 3 & -4 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -8 & 6 & -6 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 8F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & 3 & -4 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & -38 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 2x + 3 \cdot 15 - 4 \cdot 19 = 3 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y + 19 = 4 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2z = -38 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 17 \\ y = 15 \\ z = 19 \end{array}}$$

Ejercicio 27

> *El lunes de una cierta semana, los artículos A, B y C de unos grandes almacenes se rebajan un 5 %, un 6 % y un 8 % respectivamente. El martes, en cambio, se rebajan un 2 %, un 8 % y un 6 % sobre el precio inicial. Finalmente, el viernes se rebajan un 4 %, un 7 % y un 6 % sobre el precio inicial. Si se sabe que un cliente que compra una unidad de cada uno de dichos artículos cada uno de estos días, se ahorra 210 euros el lunes, 210 el martes y 210 el viernes, ¿cuál es el precio por unidad de dichos artículos?*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del artículo } A\text{”} \\ y &\equiv \text{“Precio del artículo } B\text{”} \\ z &\equiv \text{“Precio del artículo } C\text{”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 0{,}5x + 0{,}6y + 0{,}8z = 210 \\ 0{,}2x + 0{,}8y + 0{,}6z = 210 \\ 0{,}4x + 0{,}7y + 0{,}6z = 210 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 5x + 6y + 8z = 2100 \\ x + 4y + 3z = 1050 \\ 4x + 7y + 6z = 2100 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 6 & 8 & 2100 \\ 1 & 4 & 3 & 1050 \\ 4 & 7 & 6 & 2100 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 5F_2 - F_1 \\ 5F_3 - 4F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 6 & 8 & 2100 \\ 0 & 14 & 7 & 3150 \\ 0 & 11 & -2 & 2100 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 14F_3 - 11F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 6 & 8 & 2100 \\ 0 & 14 & 7 & 3150 \\ 0 & 0 & -105 & -5250 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 5x + 6 \cdot 200 + 8 \cdot 50 = 2100 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 14y + 7 \cdot 50 = 3150 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -105z = -5250 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 100 \\ y = 200 \\ z = 50 \end{array}}$$

Ejercicio 28

Una inmobiliaria ha vendido un total de 65 plazas de garaje en tres urbanizaciones diferentes, A, B y C. Las ganancias obtenidas por la venta de una plaza de garaje en la urbanización A son de 2000 €, en la urbanización B de 4000 € y de 6000 € en la urbanización C. Se sabe que se han vendido un 50 % más de plazas en la urbanización A que en la urbanización C. Calcula el número de plazas de garaje vendidas en cada urbanización, sabiendo que el beneficio obtenido por las vendidas en C es igual a la suma de los beneficios obtenidos por las vendidas en A y B.

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de plazas vendidas en la urbanización } A\text{”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de plazas vendidas en la urbanización } B\text{”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de plazas vendidas en la urbanización } C\text{”}$$

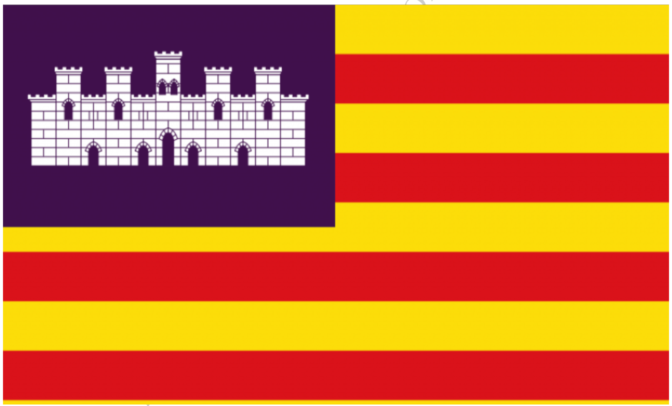
$$\begin{cases} x + y + z = 65 \\ x = 1{,}5z \\ 6000z = 2000x + 4000y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 65 \\ 2x - 3z = 0 \\ x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$A/A^{*}* = \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 65 \\ 2 & 0 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 65 \\ 0 & -2 & -5 & -130 \\ 0 & 1 & -4 & -65 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ 2F_3 + F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 65 \\ 0 & -2 & -5 & -130 \\ 0 & 0 & -13 & -260 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 15 + 20 = 65 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y - 5 \cdot 20 = -130 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -13z = -260 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 30 \\ y = 15 \\ z = 20 \end{array}}$$

MATEMATICAS CCSS

Islas Baleares



Ejercicio 29 (2,5 *puntos*)

Hace un año una sociedad de capital riesgo invirtió 100000 *euros en acciones de tres empresas, que llamaremos A, B y C. Ahora, las acciones de la empresa A han aumentado de valor en un* 50 %*, las de la empresa B han aumentado en un* 10 % *y, en cambio, las de la empresa C han perdido un* 15 % *de su valor. Si la sociedad ahora vendiera todas las acciones obtendría* 102000 *euros. Sabemos que invirtió en las acciones de la empresa C lo mismo que en las otras dos juntas.*

a) (5 puntos) Identifique las variables e interprete el enunciado mediante un conjunto de ecuaciones lineales.

b) (5 puntos) Calcule la cantidad de dinero que la sociedad invirtió en acciones de cada empresa.

(Islas Baleares - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Cantidad invertida en acciones de la empresa } A \text{ (miles de €)”} \\ y &\equiv \text{“Cantidad invertida en acciones de la empresa } B \text{ (miles de €)”} \\ z &\equiv \text{“Cantidad invertida en acciones de la empresa } C \text{ (miles de €)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=100 \\ 1{,}5x+1{,}1y+0{,}85z=102 \\ z=x+y \end{cases} \implies \begin{cases} x+y+z=100 \\ 30x+22y++17z=2040 \\ x+y-z=0 \end{cases}$$

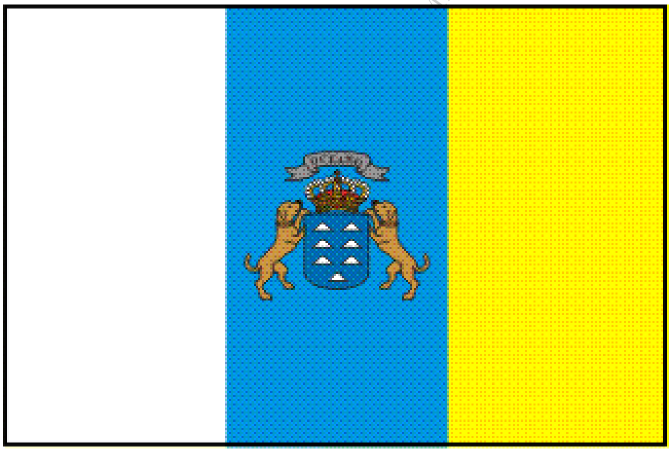
b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 30 & 22 & 17 & 2040 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-30F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & -8 & -13 & -960 \\ 0 & 0 & -2 & -100 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+38{,}75+50=100 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -8y-13\cdot 50=-960 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2z=-100 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=11{,}25 \\ y=38{,}75 \\ z=50 \end{array}}$$

Luego la sociedad invirtió 11250 € en la empresa A, 38750 € en la empresa B y 50000 € en la empresa C.

Islas Canarias



Ejercicio 30 (2,5 *puntos*)

> *Una empresa dedicada a actividades y deportes acuáticos ha vendido en un día, un total de 45 sesiones entre paddle sur, kayak y moto acuática. Los precios por sesión y persona de cada una de estas actividades son 40€, 20€ y 60€ respectivamente, recaudando la empresa un total de 1700€ ese día. Si por cada persona que elige kayak hay tres que eligen paddle surf.*
>
> *a) (1.5 puntos) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.*
>
> *b) (1 punto) ¿Cuántas personas van a cada actividad?*
>
> *(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Bloque A)*

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“La persona practica paddle surf”} \\ y &\equiv \text{“La persona practica kayak”} \\ z &\equiv \text{“La persona practica moto acuática”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=45 \\ 40x+20y+60z=1700 \\ \dfrac{y}{1}=\dfrac{x}{3} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=45 \\ 2x+y+3z=85 \\ x-3y=0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 45 \\ 2 & 1 & 3 & 85 \\ 1 & -3 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-2F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 45 \\ 0 & -1 & 1 & -5 \\ 0 & -4 & -1 & -45 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3-4F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 45 \\ 0 & -1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & -5 & -25 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+10+5=45 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y+5=-5 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5z=-25 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=30 \\ y=10 \\ z=5 \end{array}}$$

Ejercicio 31 (2,5 *puntos*)

Un comercio ha vendido 600 *ejemplares de tres ediciones de un libro por un total de* 19152 *euros. Los ejemplares de la tercera edición se vendieron por* 36 *euros cada uno. Los ejemplares de las dos ediciones anteriores se vendieron con un descuento del* 30 % *los de la primera edición, y del* 40 % *los de la segunda (ambos respecto al precio de la tercera edición). Se sabe que el número total de ejemplares vendidos de las dos ediciones anteriores fue la mitad de los de la última edición. ¿Cuántos libros vendió de cada edición?*

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Bloque B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de ejemplares de la primera edición”} \\ y &\equiv \text{“Nº de ejemplares de la segunda edición”} \\ z &\equiv \text{“Nº de ejemplares de la tercera edición”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=600 \\ 0{,}7\cdot 36x+0{,}6\cdot 36y+36z=19152 \\ x+y=\dfrac{z}{2} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=600 \\ 7x+6y+10z=5320 \\ 2x+2y-z=0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 600 \\ 7 & 6 & 10 & 5320 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-7F_1 \\ F_3-2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 600 \\ 0 & -1 & 3 & 1120 \\ 0 & 0 & -3 & -1200 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+80+400=600 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y+3\cdot 400=1120 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3z=-1200 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=120 \\ y=80 \\ z=400 \end{array}}$$

Ejercicio 32 (2,5 *puntos*)

En un barrio viven un total de 875 personas clasificadas en tres grupos: niños y jóvenes, adultos y jubilados. La cuarta parte de los adultos es igual al doble de la quinta parte de los niños y jóvenes y por cada 9 jubilados hay 26 del resto.

a) (1.5 puntos) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) (0.75 puntos) Explicando los pasos del método usado, resolver el sistema planteado.

c) (0.25 puntos) ¿Cuántas personas hay en cada grupo?

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Bloque B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de niños y jóvenes”} \\ y &\equiv \text{“Nº de adultos”} \\ z &\equiv \text{“Nº de jubilados”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x + y + z = 875 \\ \dfrac{y}{4} = \dfrac{2x}{5} \\ \dfrac{z}{9} = \dfrac{x+y}{26} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 875 \\ 8x - 5y = 0 \\ 9x + 9y - 26z = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 875 \\ 8 & -5 & 0 & 0 \\ 9 & 9 & -26 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 8F_1 \\ F_3 - 9F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 875 \\ 0 & -13 & -8 & -7000 \\ 0 & 0 & -35 & -7875 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 400 + 225 = 875 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -13y - 8 \cdot 225 = -7000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -35z = -7000 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 250 \\ y = 400 \\ z = 225 \end{array}}$$

Ejercicio 33 (2,5 *puntos*)

Un avión ofrece asientos de tres clases: primera business y turista. El número de asientos business son el doble que los de primera clases, y por cada 15 *asientos de clase turista hay dos de clase business. El precio por asiento fue de* 350 € *para primera clase,* 280 € *para clase business y* 200 € *para la clase turista. Si el importe total cobrado por los asientos fue de* 31280 €, *¿cuántos asientos de cada clase había en el avión?*

(Islas Canarias - Matemáticas CCSS - Julio 2023 - Bloque B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de asientos de la clase primera”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de asientos de la clase business”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de asientos de la clase turista”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} y = 2x \\ \dfrac{z}{15} = \dfrac{y}{2} \\ 350x + 280y + 200z = 31280 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 15y - 2z = 0 \\ 35x + 28y + 20z = 3128 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & -2 & 0 \\ 35 & 28 & 20 & 3128 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 2F_3 - 35F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & -2 & 0 \\ 0 & 91 & 40 & 6256 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 + 20F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & -2 & 0 \\ 0 & 391 & 0 & 6256 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow 2x - 16 = 0 \\ \Rightarrow 15 \cdot 16 - 2z = 0 \\ \Rightarrow 391y = 6256 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 8 \\ y = 16 \\ z = 120 \end{array}}$$

Cantabria

Ejercicio 34 (2,5 *puntos*)

Para poder llevar a cabo la última obra que le han encargado, una empresa de construcción necesita adquirir 400 kg de cemento, 150 kg de ladrillos y 120 kg de azulejos. Antes de hacer la compra del material consulta precios en dos suministradores, A y B. El suministrador A le ofrece un precio de venta total de 9800 €. El suministrador B, que está en liquidación, le ofrece importantes descuentos. En concreto, baja el precio del cemento a la mitad del que le ofrece el suministrador A, el del ladrillo a una tercera parte y el del azulejo a una cuarta parte, lo que supone un ahorro de 6400 € con respecto al precio total de venta ofrecido por el suministrador A. Se sabe, además, para el suministrador A, que el precio del kg de azulejo es el doble de la suma de los precios del cemento y los ladrillos.

a) (1 punto) Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular el precio (en €/kg) del cemento, el ladrillo y el azulejo en el suministrador A.

b) (1.5 puntos) Resuélvalo.

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$x \equiv$ "Precio del cenmento ofertado por el suministrador A (€/kg)"
$y \equiv$ "Precio de los ladrillos ofertado por el suministrador A (€/kg)"
$z \equiv$ "Precio de los azulejos ofertado por el suministrador A (€/kg)"

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} 400x + 150y + 120z = 9800 \\ \dfrac{1}{2} \cdot 400x + \dfrac{1}{3} \cdot 150y + \dfrac{1}{4} \cdot 120z = 9800 - 6400 \\ z = 2 \cdot (x + y) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 40x + 15y + 12z = 980 \\ 20x + 5y + 3z = 340 \\ 2x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema de ecueciones por el método de Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 40 & 15 & 12 & 980 \\ 20 & 5 & 3 & 340 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 2F_2 - F_1 \\ 20F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 40 & 15 & 12 & 980 \\ 0 & -5 & -6 & -300 \\ 0 & 25 & -32 & -980 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 5F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 40 & 15 & 12 & 980 \\ 0 & -5 & -6 & -300 \\ 0 & 0 & -62 & -2480 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 40x + 15 \cdot 12 + 12 \cdot 40 = 980 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5y - 6 \cdot 40 = -300 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -62z = -2480 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 8 \\ y = 12 \\ z = 40 \end{array}}$$

Ejercicio 35 (2,5 *puntos*)

En un día de playa y bajo un sol radiante Fabiola se acerca al chiringuito y compra 3 helados, 2 granizados y 2 horchatas, pagando un total de 20 €. Al comprobar el ticket se da cuenta de que le han cobrado un helado y una horchata de más. Tras reclamar, el vendedor le devuelve 5 €. Además, para compensar el error, le ofrece llevarse en promoción un helado y un granizado por 2 €, lo que supone un descuento del 50 % respecto a sus precios originales.

a) (1.25 puntos) Plantee el sistema de ecuaciones que permita calcular el precio (sin descuento) de un helado, un granizado y una horchata.

b) (1.25 puntos) Resuélvalo. Resuélvalo.

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2022)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio de un helado (€)”} \\ y &\equiv \text{“Precio de un granizado (€)”} \\ z &\equiv \text{“Precio de una horchata (€)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} 4x + 2y + 3z = 20 \\ x + z = 5 \\ 0{,}5 \cdot (x + y) = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 4x + 2y + 3z = 20 \\ x + z = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 3 & 20 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 4F_2 - F_1 \\ 4F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 3 & 20 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & -4 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 + F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 3 & 20 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -4 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 4x + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 20 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y + 2 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2z = -4 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{array}}$$

Ejercicio 36 (2,5 *puntos*)

En un almacén de construcción venden sacos de cemento de 25 kg, 50 kg y 100 kg. Cierto día se vendió un total de 180 sacos por un importe de 29200 €. Se sabe que el precio del kg de cemento es de 4 € y que ese día se vendieron el doble de sacos de 25 kg que la suma de los sacos de 50 kg más los de 100 kg.

a) (1.25 puntos) Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular cuántos sacos de cada tamaño se vendieron ese día.

b) (1.25 puntos) Resuélvalo.

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Junio 2023)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de sacos de 25 kg”} \\ y &\equiv \text{“Nº de sacos de 50 kg”} \\ z &\equiv \text{“Nº de sacos de 100 kg”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=180 \\ 4\cdot(25x+50y+100z)=29200 \\ x=2\cdot(y+z) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=180 \\ x+2y+4z=292 \\ x-2y-2z=0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 180 \\ 1 & 2 & 4 & 292 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 180 \\ 0 & 1 & 3 & 112 \\ 0 & -3 & -3 & -180 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3+3F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 180 \\ 0 & 1 & 3 & 112 \\ 0 & 0 & 6 & 156 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+34+26=180 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y+3\cdot 26=112 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 6z=156 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=120 \\ y=34 \\ z=26 \end{array}}$$

Ejercicio 37 (2,5 *puntos*)

Una empresa de 244 trabajadores se compone de operarios, supervisores y gerentes; siendo el número de operarios ocho veces el de gerentes. Además, se sabe que un día en el que faltaron la mitad de los supervisores y el 60 % de los gerentes, el número de operarios fue cuatro veces la suma de los supervisores y los gerentes que se quedaron.

a) (1.25 puntos) Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular cuántos operarios, cuántos supervisores y cuántos gerentes componenn la empresa.

b) (1.25 puntos) Resuélvalo.

(Cantabria - Matemáticas CCSS - Julio 2023)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de operarios”} \\ y &\equiv \text{“Nº de supervisores”} \\ z &\equiv \text{“Nº de gerentes”} \end{aligned}$$

a) Del enunciado tenemos:

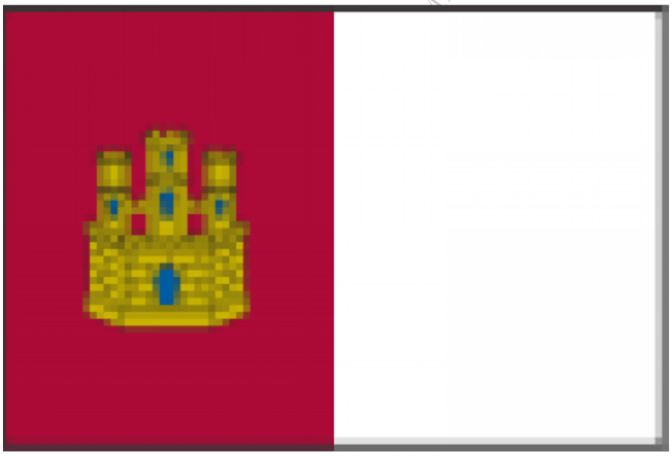
$$\begin{cases} x+y+z=244 \\ x=8z \\ x=4\cdot(0{,}5y+0{,}4z) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=244 \\ x-8z=0 \\ 5x-10y-8z=0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 244 \\ 1 & 0 & -8 & 0 \\ 5 & -10 & -8 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ F_3-5F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 244 \\ 0 & -1 & -9 & -244 \\ 0 & -15 & -13 & -1220 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-15F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 244 \\ 0 & -1 & -9 & -244 \\ 0 & 0 & 122 & 2440 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+64+20=244 \\ \Rightarrow -y-9\cdot 20=-244 \\ \Rightarrow 122z=2440 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=160 \\ y=64 \\ z=20 \end{array}}$$

Castilla-La Mancha



Ejercicio 38 (2 *puntos*)

En la bodega de Antonio hay botellas de vino blanco, de vino tinto y de vino rosado. Si sumamos las botella de blanco con las de tinto obtenemos el triple de las botellas de rosado. La suma de las botellas de tinto con las de rosado superan en 40 unidades a las botella de blanco. Además sabemos que Antonio tiene en su bodega 280 botellas.

a) (1.5 puntos) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas botellas hay de cada tipo de vino.

b) (0.5 puntos) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2018 - Propuesta A)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"N}^{\underline{o}}\text{ de botellas de vino blanco"} \\ y &\equiv \text{"N}^{\underline{o}}\text{ de botellas de vino tinto"} \\ z &\equiv \text{"N}^{\underline{o}}\text{ de botellas de vino rosado"} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x + y = 3z \\ y + z = x + 40 \\ x + y + z = 280 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y - 3z = 0 \\ -x + y + z = 40 \\ x + y + z = 280 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 40 \\ 1 & 1 & 1 & 280 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 + F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 40 \\ 0 & 0 & 4 & 280 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 90 - 3 \cdot 70 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 2y - 2 \cdot 70 = 40 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 4z = 280 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 120 \\ y = 90 \\ z = 70 \end{array}}$$

Ejercicio 39 (2 *puntos*)

Cierto concesionario de automóviles posee una nave industrial en la que guardan 100 automóviles dispuestos para su venta inmediata. Los coches guardados en la nave son de tres tipos: gasolina, diésel e híbridos. Los más numerosos son los coches diésel, y la diferencia entre los diésel y los de gasolina es igual a la mitad del número de híbridos. Los menos numerosos son los híbridos, y la diferencia entre los de gasolina y los híbridos es igual a la tercera parte de los diésel.

a) *(1.5 puntos) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos coches hay de cada tipo.*

b) *(0.5 puntos) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2018 - Propuesta B)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\text{o}} \text{ de coches de gasolina”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\text{o}} \text{ de coches diésel”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\text{o}} \text{ de coches híbridos”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=100 \\ y-x=\dfrac{z}{2} \\ x-z=\dfrac{y}{3} \end{cases} \implies \begin{cases} x+y+z=100 \\ -2x+2y-z=0 \\ 3x-y-3z=0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ -2 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & -3 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2+2F_1 \\ F_3-3F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & 4 & 1 & 200 \\ 0 & -4 & -6 & -300 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3+F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & 4 & 1 & 200 \\ 0 & 0 & -5 & -100 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+45+20=100 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 4y+20=200 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5z=-100 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=35 \\ y=45 \\ z=20 \end{array}}$$

Ejercicio 40 (2 *puntos*)

Las acciones de tres empresas, A, B y C, tienen los siguientes valores:

Empresa A: 20 €/*acción* *Empresa B:* 25 €/*acción* *Empresa C:* 40 €/*acción*

Hemos gastado 7000 *euros en comprar acciones de estas tres empresas. Las acciones compradas de la empresa A son la mitad de la suma de las compradas de B y C. En total hemos comprado* 255 *acciones, exclusivamente de estas tres empresas.*

a) (1.5 puntos) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas acciones hemos comprado de cada empresa.

b) (0.5 puntos) Resuelva el sistema planteado en el apartdo anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2018 - Propuesta A)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº acciones compradas de la empresa } A\text{”} \\ y &\equiv \text{“Nº acciones compradas de la empresa } B\text{”} \\ z &\equiv \text{“Nº acciones compradas de la empresa } C\text{”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} 20x + 25y + 40z = 7000 \\ x = \dfrac{1}{2} \cdot (y+z) \\ x + y + z = 255 \end{cases} \quad \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 255 \\ 4x + 5y + 8z = 1400 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 255 \\ 4 & 5 & 8 & 1400 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 4F_1 \\ F_3 - 2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 255 \\ 0 & 1 & 4 & 380 \\ 0 & -3 & -3 & -510 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 + 3F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 255 \\ 0 & 1 & 4 & 380 \\ 0 & 0 & 9 & 630 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 100 + 70 = 255 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y + 4 \cdot 70 = 380 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 9z = 630 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 85 \\ y = 100 \\ z = 70 \end{array}}$$

Ejercicio 41 (2 *puntos*)

Hemos gastado 7000 euros en comprar 85 acciones de la empresa A, 100 acciones de la empresa B y 70 acciones de empresa C. El valor de una acción de la empresa C es el doble que el de una acción de la empresa A. El valor de una acción de la empresa B supera en 5 euros al de una acción de la empresa A.

a) (1.5 puntos) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuánto vale una acción de cada una de las empresas mencionadas

b) (0.5 puntos) Resuelva el sistema planteado en el apartdo anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2018 - Propuesta A)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio de la acción } A \text{ (€/acción)”} \\ y &\equiv \text{“Precio de la acción } C \text{ (€/acción)”} \\ z &\equiv \text{“Precio de la acción } C \text{ (€/acción)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} 85x + 100y + 70z = 7000 \\ z = 2x \\ y = x + 5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x - y = -5 \\ 2x - z = 0 \\ 17x + 20y + 14z = 1400 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -5 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ 17 & 20 & 14 & 1400 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 17F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & -1 & 10 \\ 0 & 37 & 14 & 1485 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ 2F_3 - 37F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & -1 & 10 \\ 0 & 0 & 65 & 2600 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x - 25 = -5 \\ \Rightarrow 2y - 40 = 10 \\ \Rightarrow 65z = 2600 \end{array} \begin{array}{l} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 20 \\ y = 25 \\ z = 40 \end{array}}$$

Ejercicio 42 (2 *puntos*)

Un cliente hace un pedido a una fábrica de harinas que ofrece 3 tamaños distintos de sacos: pequeños, medianos y grande. Ha pedido 20 sacos pequeños, 14 medianos y 6 grandes y el peso total de su pedido es 1800 kilogramos. Si el peso de dos sacos pequeños y tres medianos es el mismo que el de dos sacos grandes y el peso de un saco grande es cuatro veces el peso de un saco pequeño.

a) (1.5 puntos) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el peso de cada tipo de saco.

b) (0.5 puntos) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Propuesta A)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Peso del saco pequeño (kg)”} \\ y &\equiv \text{“Peso del saco mediano (kg)”} \\ z &\equiv \text{“Peso del saco grande (kg)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} 20x + 14y + 6z = 1800 \\ 2x + 3y = 2z \\ z = 4x \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 0 \\ 4x - z = 0 \\ 10x + 7y + 3z = 900 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & 0 \\ 10 & 7 & 3 & 900 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 5F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & -6 & 3 & 0 \\ 0 & -8 & 13 & 900 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3 - 4F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & -6 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 27 & 2700 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 2x + 3 \cdot 50 - 2 \cdot 100 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -6y + 3 \cdot 100 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 27z = 2700 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 25 \\ y = 50 \\ z = 100 \end{array}}$$

Ejercicio 43 (2 *puntos*)

> *Se reparten tres tipos de becas: B_1 por valor de 400 euros, B_2 de 160 euros y B_3 de 200 euros. El dinero total destinado a las becas es de 43400 euros y son 145 personas las que obtienen beca. Cada persona solamente puede obtener una beca. Sabiendo que la cantidad de personas que recibe la beca B_1 es 5 veces mayor que la que obtiene la beca B_2:*
>
> *a) (1.5 puntos) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar qué cantidad de personas recibe cada tipo de beca.*
>
> *b) (0.5 puntos) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.*
>
> *(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Propuesta B)*

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de personas que reciben la beca } B_1\text{”} \\ y &\equiv \text{“Nº de personas que reciben la beca } B_2\text{”} \\ z &\equiv \text{“Nº de personas que reciben la beca } B_3\text{”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} 400x + 160y + 200z = 43400 \\ x + y + z = 145 \\ x = 5y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 145 \\ x - 5y = 0 \\ 10x + 4y + 5z = 1085 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 145 \\ 1 & -5 & 0 & 0 \\ 10 & 4 & 5 & 1085 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - 10F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 145 \\ 0 & -6 & -1 & -145 \\ 0 & -6 & -5 & -365 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 145 \\ 0 & -6 & -1 & -145 \\ 0 & 0 & -4 & -220 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x + 15 + 55 = 145 \\ \Rightarrow -6y - 55 = -145 \\ \Rightarrow -4z = -220 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 75 \\ y = 15 \\ z = 55 \end{array}}$$

Ejercicio 44 (2 *puntos*)

En una tienda de comida a granel tienen a la venta tres tipos de judías secas: blancas, canela y pintas. Estas se venden a 2,75, 3 y 2,50 euros el kilogramo, respectivamente. Ayer se vendieron 40 kilos en total por un valor de 111,5 euros. La suma de los kilogramos de judías blancas y canela vendidas fueron el triple de las pintas.

a) (1.5 puntos) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos kilos de judías de cada tipo se vendieron.

b) (0.5 puntos) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2019 - Propuesta A)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Kilos de judías secas”} \\ y &\equiv \text{“Kilos de judías canela”} \\ z &\equiv \text{“Kilos de judías pintas”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=40 \\ 2{,}75x+3y+2{,}5z=111{,}5 \\ x+y=3z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=40 \\ 11x+12y+10z=446 \\ x+y-3z=0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 40 \\ 11 & 12 & 10 & 446 \\ 1 & 1 & -3 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-11F_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 40 \\ 0 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & -4 & -40 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+16+10=40 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y-10=6 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -4z=-40 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=14 \\ y=16 \\ z=10 \end{array}}$$

Ejercicio 45 (2 *puntos*)

Los precios de un gimnasio son diferentes según la franja horaria dispuesta en tres turnos: mañana, mediodía y tarde. Este mes han acudido 150 personas por la mañana, 30 en la franja del mediodía y 270 por la tarde y el gimnasio ha ingresado un total de 15900 euros. La diferencia entre el precio de la tarde y la mañana equivale a la mitad del precio para el mediodía y al sumar los precios del mediodía y la tarde obtenemos el doble del precio de la mañana.

a) (1.5 puntos) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuál es el precio de cada franja horaria.

b) (0.5 puntos) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2019 - Propuesta B)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio de la franja de mañana (€)”} \\ y &\equiv \text{“Precio de la franja de mediodía (€)”} \\ z &\equiv \text{“Precio de la franja de tarde (€)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} 150x + 30y + 270z = 15900 \\ z - x = \dfrac{y}{2} \\ y + z = 2x \end{cases} \implies \begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ 2x + y - 2z = 0 \\ 5x + y + 9z = 530 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 2 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ 5 & 1 & 9 & 530 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ 2F_3 - 5F_1 \end{array} \right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & 23 & 1060 \end{array} \right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 2F_3 - 7F_2 \end{array} \right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 53 & 2120 \end{array} \right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 2x - 20 - 40 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 2y - 40 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 53z = 2120 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 30 \\ y = 20 \\ z = 40 \end{array}}$$

Ejercicio 46 (1,5 *puntos*)

Un artesano hace botines, botas de media caña y botas de caña alta, vendiendo cada par, respectivamente, a 150, 200 *y* 250 *euros. La diferencia entre los botines y las botas de caña alta vendidas equivalen al número de caña media vendidas. El número de caña alta vendidas es la tercera parte de los botines. Por el total de las ventas obtiene* 5500 *euros.*

a) (1 punto) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas botas de cada tipo se vendieron.

b) (0.5 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2020 - Sección 1 - Bloque 2)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de botas de botines vendid0s”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de botas de media caña vendidas”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de botas de caña alta vendidas”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x - z = y \\ z = \dfrac{x}{3} \\ 150x + 200y + 250z = 5500 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 3z = 0 \\ 3x + 4y + 5z = 110 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 110 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - 3F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & 110 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 7F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 22 & 110 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x - 10 - 5 = 0 \\ \Rightarrow y - 2 \cdot 5 = 0 \\ \Rightarrow 22z = 110 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 15 \\ y = 10 \\ z = 5 \end{array}}$$

Ejercicio 47 (2 *puntos*)

Una marca ofrece paquetes de tortitas de arroz de tres tipos: con espelta, con amapola y con chía. Se venden el triple de paquetes de las de amapola que de las de espelta. Se venden 40 *paquetes más de las de amapola que de las de chía. Los precios de los paquetes para espelta, amapola y chía son respectivamente* 2,50, 3,50 *y* 3 *euros obteniendo por la venta de todas las tortitas* 1640 *euros.*

a) (1.5 puntos) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos paquetes de cada tipo se vendieron.

b) (0.5 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2020 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de paquetes de tortitas con espelta vendidos”} \\ y &\equiv \text{“Nº de paquetes de tortitas con amapola vendidos”} \\ z &\equiv \text{“Nº de paquetes de tortitas con chía vendidos”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = z + 40 \\ 2{,}5x + 3{,}5y + 3z = 1640 \end{cases} \implies \begin{cases} 3x - y = 0 \\ y - z = 40 \\ 5x + 7y + 6z = 3280 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 40 \\ 5 & 7 & 6 & 3280 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3 - 5F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 40 \\ 0 & 26 & 18 & 9840 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 26F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 40 \\ 0 & 0 & 44 & 8800 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow 3x - 240 = 0 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow y - 200 = 240 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow 44z = 8800 \quad \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 80 \\ y = 240 \\ z = 200 \end{array}}$$

Ejercicio 48 (1,5 *puntos*)

Una empresa telefónica ofrece tres modelos de teléfonos: de precio reducido, medio y superior. El precio del teléfono de gama superior es el mismo que el de los otros dos juntos. Vendiendo 50 *teléfonos de precio medio se obtiene el mismo dinero que con* 30 *del superior y por la venta de* 5 *teléfonos de precio reducido,* 5 *de medio y* 10 *de precio superior se obtienen* 7500 *euros.*

a) (1 punto) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuánto cuesta cada modelo.

b) (0.5 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Sección 1 - Bloque 1)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del teléfono de precio reducido (€)”} \\ y &\equiv \text{“Precio del teléfono de precio medio (€)”} \\ z &\equiv \text{“Precio del teléfono de precio superior (€)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} z = x + y \\ 50y = 30z \\ 5x + 5y + 10z = 7500 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 5y - 3z = 0 \\ x + y + 2z = 1500 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1500 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1500 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lll} \Rightarrow x + 300 - 500 = 0 & \Rightarrow & x = 200 \\ \Rightarrow 5y - 3 \cdot 500 = 0 & \Rightarrow & y = 300 \\ \Rightarrow 3z = 1500 & \Rightarrow & z = 500 \end{array}$$

Ejercicio 49 (2 *puntos*)

La elección de una película ganadora de un festival de cine negro se realiza mediante una votación pública por internet entre las seleccionadas (A, B y C) para la final. El número de votantes es de 1200 personas. El número de votos de A es el doble de los conseguidos por B y C juntas. B consigue el 50 % de votos más que C.

a) (1.5 puntos) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos votos obtuvo cada película.

b) (0.5 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\underline{o}}\text{ de votos obtenidos por la película } A\text{”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\underline{o}}\text{ de votos obtenidos por la película } B\text{”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\underline{o}}\text{ de votos obtenidos por la película } C\text{”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=1200 \\ x=2\cdot(y+z) \\ y=1{,}5z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=1200 \\ x-2y-2z=0 \\ 2y-3z=0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1200 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1200 \\ 0 & -3 & -3 & -1200 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3+2F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1200 \\ 0 & -3 & -3 & -1200 \\ 0 & 0 & -15 & -2400 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+240+160=1200 \\ \Rightarrow -3y-3\cdot 160=-1200 \\ \Rightarrow -15z=2400 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=800 \\ y=240 \\ z=160 \end{array}}$$

Ejercicio 50 (1,5 *puntos*)

En un examen final de historia al que se presentan 120 *alumnos se deja elegir entre* 3 *opciones (A, B o C). El número de personas que elige la opción A es el triple del número que resulta al sumar las opciones B y C. Hay el doble de personas que realizan la opción C que las que escogen B.*

a) (1 punto) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos alumnos eligen cada opción.

b) (0.5 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Sección 1 - Bloque 1)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de alumnos que eligen la opción } A\text{”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de alumnos que eligen la opción } B\text{”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de alumnos que eligen la opción } C\text{”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=120 \\ x=3\cdot(y+z) \\ z=2y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=120 \\ x-3y-3z=0 \\ 2y-z=0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 120 \\ 1 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 120 \\ 0 & -4 & -4 & -120 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 2F_3+F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 120 \\ 0 & -4 & -4 & -120 \\ 0 & 0 & -6 & -120 \end{array}\right) \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow x+10+20=120 \\ \Rightarrow -4y-4\cdot 20=-120 \\ \Rightarrow -6z=-120 \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=90 \\ y=10 \\ z=20 \end{array}}$$

Ejercicio 51 (1,5 *puntos*)

Se realiza una encuesta a los habitantes de un pueblo (con respuestas Si, No o No sabe/No contesta*) sobre la necesidad de construir otra piscina cubierta. Se pregunta a las* 600 *personas mayores de edad que viven en el pueblo y los que dicen* No *son la mitad de los que* No saben/No contesta*. Por estudios paralelos de fiabilidad se sabe que el* 30 % *del total de los que contestan* Si *o* No*, mienten, y el total de estos últimos es de* 135.

a) *(1 punto) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar qué cantidad de personas eligen cada respuesta.*

b) *(0.5 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Sección 2 - Bloque 1)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de personas que contestan: Sí”} \\ y &\equiv \text{“Nº de personas que contestan No”} \\ z &\equiv \text{“Nº de personas que contestan No sabe/No contesta”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=600 \\ y=\dfrac{z}{2} \\ 0{,}3\cdot(x+y)=135 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=600 \\ 2y-z=0 \\ x+y=450 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 600 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 450 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 600 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -150 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{l} \Rightarrow x+75+150=600 \\ \Rightarrow 2y-150=0 \ \Rightarrow -z=-150 \end{array} \quad \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=375 \\ y=75 \\ z=150 \end{array}}$$

Ejercicio 52 (1,5 *puntos*)

Una carpintería ofrece tres modelos de mesas cuyo precio varía en función del tipo de madera utilizada y lo clasifica en: gama baja, media y superior. El precio de la mesa de gama superior es el mismo que de las otras dos juntas. Vendiendo 50 mesas de precio medio se obtiene el mismo dinero que con 30 de la superior y por la venta de 5 mesas de gama baja, 5 de media y 10 de precio superior se obtienen 7500 euros.

a) (1 punto) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuánto cuesta cada modelo de mesa.

b) (0.5 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2020 - Sección 1 - Bloque 1)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio de la mesa de gama baja (€)”} \\ y &\equiv \text{“Precio de la mesa de gama media (€)”} \\ z &\equiv \text{“Precio de la mesa de gama alta (€)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} z = x + y \\ 50y = 30z \\ 5x + 5y + 10z = 7500 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 5y - 3z = 0 \\ x + y + 2z = 1500 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1500 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1500 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 300 - 500 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 5y - 3 \cdot 500 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 3z = 1500 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 200 \\ y = 300 \\ z = 500 \end{array}}$$

Ejercicio 53 (2 *puntos*)

En un concesionario de motos disponen de 100 *motos dispuestas para su venta. las motos son de tres tipos: las que consumen gasolina únicamente, las que usan gasolina y aceite y las eléctricas. Las más numerosas son las que usan gasolina y aceite, y la diferencia entre la cantidad de estas y las de gasolina es igual a la mitad del número de eléctricas. La diferencia entre las de gasolina y las eléctricas es igual a la tercera parte de las que utilizan gasolina y aceite.*

a) (1.5 puntos) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas motos hay de cada tipo.

b) (0.5 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2021 - Sección 3 - Bloque 1)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de motos de de gasolina”}$$
$$y \equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de motos de gasolina y aceite”}$$
$$z \equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de motos eléctricas”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=100 \\ y-x=\dfrac{z}{2} \\ x-z=\dfrac{y}{3} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=100 \\ 2x-2y+z=0 \\ 3x-y-3z=0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -3 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-2F_1 \\ F_3-3F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & -4 & -1 & -200 \\ 0 & -4 & -6 & -300 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & -4 & -1 & -200 \\ 0 & 0 & -5 & -100 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+45+20=100 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -4y-20=-200 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5z=-100 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=35 \\ y=45 \\ z=20 \end{array}}$$

Ejercicio 54 (1,5 *puntos*)

> *La caja de bombones que compro cuesta* 51 € *y contiene* 12 *bombones de chocolate negro,* 6 *de chocolate con leche y* 6 *de chocolate blanco. Cada bombón de chocolate negro cuesta un euro más que los de chocolate con leche y estos últimos cuestan* 50 *céntimos menos que los de chocolate blanco.*
>
> *a) (0.75 puntos) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuánto cuesta cada tipo de bombón.*
>
> *b) (0.75 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.*
>
> *(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Sección 1 - Bloque 1)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Precio de los bombones de chocolate negro (€)”}$$
$$y \equiv \text{“Precio de los bombones de chocolate con leche (€)”}$$
$$z \equiv \text{“Precio de los bombones de chocolate blanco (€)”}$$

$$\begin{cases} 12x + 6y + 6z = 51 \\ x = y + 1 \\ y = z - 0{,}5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 12x + 6y + 6z = 51 \\ x - y = 1 \\ y - z = -0{,}5 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 12 & 6 & 6 & 51 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -0{,}5 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 12F_2 - F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 12 & 6 & 6 & 51 \\ 0 & -18 & -6 & -39 \\ 0 & 1 & -1 & -0{,}5 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 18F_3 + F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 12 & 6 & 6 & 51 \\ 0 & -18 & -6 & -39 \\ 0 & 0 & -24 & -48 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 12x + 6 \cdot 1{,}5 + 6 \cdot 2 = 51 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -18y - 6 \cdot 2 = -39 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -24z = -48 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 2{,}5 \\ y = 1{,}5 \\ z = 2 \end{array}}$$

Ejercicio 55 (1,5 *puntos*)

En un programa de televisión hay tres secciones: magia, humor y noticias. La sección de humor dura cinco minutos más que la de magia. El tiempo ocupado por la magia y el humor es en total la cuarta parte del dedicado a noticias y la duración total del programa es de 1 hora y 55 minutos.

a) *(0.75 puntos) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuánto tiempo se dedica a cada una de las tres secciones del programa.*

b) *(0.75 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.*

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Sección 2 - Bloque 2)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Tiempo dedicado a magia (minutos)”} \\ y &\equiv \text{“Tiempo dedicado a humor (minutos)”} \\ z &\equiv \text{“Tiempo dedicado a noticias (minutos)”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y = x + 5 \\ x + y = \dfrac{z}{4} \\ x + y + z = 115 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 115 \\ x - y = -5 \\ 4x + 4y - z = 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 115 \\ 1 & -1 & 0 & -5 \\ 4 & 4 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - 4F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 115 \\ 0 & -2 & -1 & -120 \\ 0 & 0 & -5 & -460 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 14 + 92 = 115 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y - 92 = -120 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5z = -460 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 9 \\ y = 14 \\ z = 92 \end{array}}$$

Ejercicio 56 (1,5 *puntos*)

El número total de premios Goya recibidos a lo largo de su carrera por tres mujeres (Isabel, Carmen y Enma) es de 15 Goyas. Si aumentamos en un premio la cantidad que ha recibido Isabel obtenemos el triple de los premios ganados por Enma y los que recibe Enma equivalen a las tres cuartas partes de los que recibe Carmen.

a) (0.75 puntos) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos premios Goya han recibido cada una.

b) (0.75 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Sección 1 - Bloque 1)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\underline{o}}\text{ de premios Goya recibidos por Isabel”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\underline{o}}\text{ de premios Goya recibidos por Carmen”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\underline{o}}\text{ de premios Goya recibidos por Enma”} \end{aligned}$$

a) Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=15 \\ x+1=3z \\ z=\dfrac{3y}{4} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=15 \\ x-3z=-1 \\ 3y-4z=0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema de ecuaciones por el método de Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15 \\ 1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 3 & -4 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15 \\ 0 & -1 & -4 & -16 \\ 0 & 3 & -4 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3+3F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15 \\ 0 & -1 & -4 & -16 \\ 0 & 0 & -16 & -48 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+4+3=15 \\ \Rightarrow -y-4\cdot 3=-16 \\ \Rightarrow -16z=-48 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=8 \\ y=4 \\ z=3 \end{array}}$$

Ejercicio 57 (1,5 *puntos*)

Un concesionario de automóviles tiene en oferta tres modelos de coche, uno deportivo, otro familiar y el tercero es un monovolumen. El mes pasado se vendieron 10 *deportivos,* 6 *familiares y* 3 *monovolúmenes y se obtuvieron* 851000 *euros. El coche deportivo vale* 2000 *euros más que el familiar. Por* 5 *deportivos vendidos se obtienen* 13000 *euros más que si se venden* 6 *monovolúmenes.*

a) (0.75 puntos) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el precio de cada uno de los tres modelos.

b) (0.75 puntos) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

(Castilla-La Mancha - Matemáticas CCSS - Julio 2022 - Sección 2 - Bloque 2)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del coche deportivo (miles de €)”} \\ y &\equiv \text{“Precio del coche familar (miles de €)”} \\ z &\equiv \text{“Precio del monovolumen (miles de €)”} \end{aligned}$$

a) Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} 10x + 6y + 3z = 851 \\ x = y + 2 \\ 5x = 13 + 6z \end{cases} \implies \begin{cases} 10x + 6y + 3z = 851 \\ x - y = 2 \\ 5x - 6z = 13 \end{cases} \implies \begin{cases} x - y = 2 \\ 10x + 6y + 3z = 851 \\ 5x - 6z = 13 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 10 & 6 & 3 & 851 \\ 5 & 0 & -6 & 13 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - 10F_1 \\ F_2 - 5F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 16 & 3 & 831 \\ 0 & 5 & -6 & 3 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3 + 2F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 16 & 3 & 831 \\ 0 & 37 & 0 & 1665 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x - 45 = 2 \\ \Rightarrow 16 \cdot 45 + 3z = 831 \\ \Rightarrow 37y = 1665 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 47 \\ y = 45 \\ z = 37 \end{array}} \begin{array}{l} \Rightarrow \text{Deportivo} = 47000 \text{ €} \\ \Rightarrow \text{Familiar} = 45000 \text{ €} \\ \Rightarrow \text{Monovol.} = 37000 \text{ €} \end{array}$$

Ejercicio 58 (2,5 *puntos*)

a) *(1.5 puntos) Tres lápices, un cuaderno y una agenda han costado* 5 *euros, lo mismo que dos cuadernos y una agenda. ¿Podemos saber el precio de cada artículo si ninguno es gratis y en céntimos todos son múltiplos de* 50*?*

b) *(1 punto) Calcula razonadamente el siguiente límite:*

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^{\dfrac{x^2+1}{x}}$$

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Junio 2022)

Solución.

a) Sean las incógnitas

$$x \equiv \text{“Precio del lápiz (€)”}$$
$$y \equiv \text{“Precio del cuaderno (€)”}$$
$$z \equiv \text{“Precio de la agenda (€)”}$$

$$\begin{cases} 3x+y+z=5 \\ 2y+z=5 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \Rightarrow 3x+\lambda+5-2\lambda=5 \\ \Rightarrow y=\lambda \\ \Rightarrow z=5-2\lambda \end{array} \quad \begin{array}{r} \Rightarrow \quad x=\lambda/3 \\ \Rightarrow \quad y=\lambda \\ \Rightarrow \quad z=5-2\lambda \end{array} \quad \xrightarrow[\lambda=1{,}5\mu]{\lambda/3=0{,}5\mu} \quad \begin{array}{l} x=0{,}5\mu \\ y=1{,}5\mu,\ \mu\in\mathbb{N}^+ \\ z=5-3\mu \end{array}$$

Hemos expresado la solución del sistema como múltiplos de 50 céntimos, por lo que el parámetro μ es ahora un número natural. Probemos entonces con valores de $\mu > 0$, ya que los artículos no pueden ser gratis.

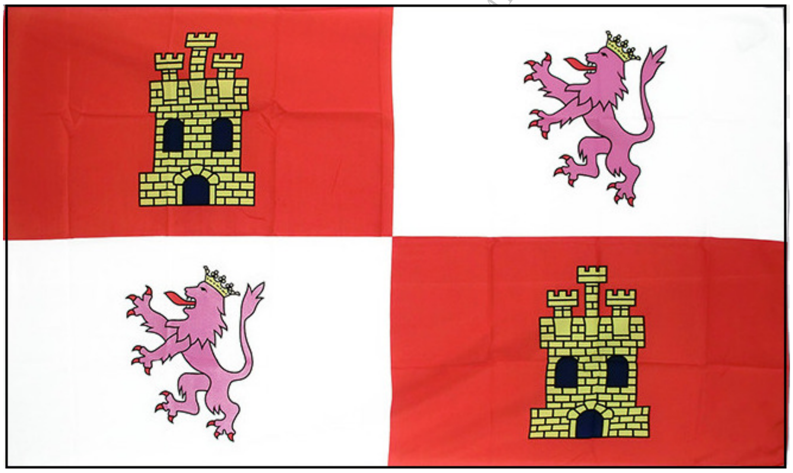
$$\text{Si } \mu=1 \implies \boxed{\begin{array}{c} x=0{,}5 \\ y=1{,}5 \\ z=2 \end{array}} \qquad \& \qquad \text{Si } \mu=2 \implies \begin{array}{c} x=1 \\ y=3 \\ \cancel{z=-1} \end{array}$$

Por lo tanto la única solución posible es que el lápiz vale 0,5 €, el cuaderno 1,5 € y la agenda 2 €.

b) $$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^{\dfrac{x^2+1}{x}} = [1^\infty] = e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+1}{x}\cdot\left(\dfrac{x+1}{x}-1\right)}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+1}{x}\cdot\left(\dfrac{\cancel{x}+1-\cancel{x}}{x}\right)} = e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+1}{x^2}} = e^{[\infty/\infty]} = e$$

Castilla y León



Problema 1 (3 *puntos*)

Compramos tres entradas para tres actividades: una para el teatro, otra para un partido de baloncesto y otra para un concierto. Tras descontarnos el 10 % del precio total, hemos pagado 117 euros por todas las entradas. Sabiendo que el precio de la entrada al concierto es el doble que el precio de la entrada al teatro y que la entrada al concierto es 20 euros más cara que la entrada del partido de baloncesto, determinar el precio de la entrada a cada actividad.

(Castilla y León - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Bloque Algebra)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio de la entrada del teatro”} \\ y &\equiv \text{“Precio de la entrada del partido de baloncesto”} \\ z &\equiv \text{“Precio de la entrada del concierto”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} 0{,}9 \cdot (x+y+z) = 117 \\ z = 2x \\ z = y + 20 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 130 \\ 2x - z = 0 \\ -y + z = 20 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 130 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 20 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - 2F_1 \\ \\ \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 130 \\ 0 & -2 & -3 & -260 \\ 0 & -1 & 1 & 20 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ 2F_3 - F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 130 \\ 0 & -2 & -3 & -260 \\ 0 & 0 & 5 & 300 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 40 + 60 = 130 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y - 3 \cdot 60 = -260 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 5z = 300 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 30 \\ y = 40 \\ z = 60 \end{array}}$$

Cataluña

Ejercicio 59 (2 *puntos*)

> *En un estudio de mercado, 500 participantes han probado tres cafés diferentes, presentados como producto A, producto B y producto C, y han escogido cuál de los tres les ha gustado más. Sabemos que el producto B ha sido escogido por el doble de personas que el producto A y que el producto B lo han escogido 32 personas más que los productos A y C juntos. Calcule cuántas personas han escogido cada producto.*
>
> *(Cataluña - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Serie 1)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de personas que escogen el producto } A\text{”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de personas que escogen el producto } B\text{”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de personas que escogen el producto } C\text{”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x + y + z = 500 \\ y = 2x \\ y = x + z + 32 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 500 \\ 2x - y = 0 \\ x - y + z = -32 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -32 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 0 & -3 & -2 & -1000 \\ 0 & -2 & 0 & -532 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 266 + 101 = 500 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3 \cdot 266 - 2z = -1000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y = -532 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 133 \\ y = 266 \\ z = 101 \end{array}}$$

Ejercicio 60 (2 *puntos*)

Por la Fiesta Mayor, la pastelería del pueblo elabora unas cajas de bombones especiales. La caja pequeña contiene 10 bombones, la mediana tiene 15 bombones y la grande tiene 25. Cada caja va decorada con un lazo conmemorativo. En total han utilizado 210 lazos y 2650 bombones. Teniendo en cuenta que han elaborado el doble de cajas pequeñas que de medianas y grandes juntas, cuántas cajas de cada tipo han elaborado?

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Junio 2019 - Serie 4)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de cajas pequeñas”}$$
$$y \equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de cajas medianas”}$$
$$z \equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de cajas grandes”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=210 \\ 10x+15y+25z=2650 \\ x=2\cdot(y+z) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=210 \\ 2x+3y+5z=530 \\ x-2y-2z=0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 210 \\ 2 & 3 & 5 & 530 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-2F_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 210 \\ 0 & 1 & 3 & 110 \\ 0 & -3 & -3 & -210 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-3F_2 \end{array}\right]$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 210 \\ 0 & 1 & 3 & 110 \\ 0 & 0 & 6 & 120 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+50+20=210 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y+3\cdot 20=110 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 6z=120 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=140 \\ y=50 \\ z=20 \end{array}}$$

Ejercicio 61 (2 *puntos*)

En tres sorteos consecutivos de la Lotto 6/49 ha habido 51 *personas que han acertado los* 6 *números de la combinación ganadora en alguno de los tres sorteos. El número de personas que acertaron la combinación ganadora en el tercer sorteo es la mitad del total de personas que la acertaron en los dos primeros sorteos juntos. También sabemos que el número de personas que acertaron la combinación ganadora en el primer sorteo supera en* 11 *el total de personas que la acertaron en el segundo y en el tercer sorteos juntos. Con estos datos, calcule cuántas personas acertaron la combinación gaandora de la Lotto 6/49 en cada uno de los sorteos.*

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Septiembre 2019 - Serie 5)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“N}^{\underline{o}} \text{ de personas que acertaron el primer sorteo”}$$
$$y \equiv \text{“N}^{\underline{o}} \text{ de personas que acertaron el segundo sorteo”}$$
$$z \equiv \text{“N}^{\underline{o}} \text{ de personas que acertaron el tercer sorteo”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=51 \\ z=\dfrac{x+y}{2} \\ x=y+z+11 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=51 \\ x+y-2z=0 \\ x-y-z=11 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 51 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 11 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 51 \\ 0 & 0 & -3 & -51 \\ 0 & -2 & -2 & -40 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+3+17=51 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3z=-51 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y-2\cdot 17=-40 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=31 \\ y=3 \\ z=17 \end{array}}$$

Ejercicio 62 (2,5 *puntos*)

Un vendedor de una librería de viejo cobra, además de un sueldo fijo, varias comisiones dependiendo del tipo de libro que vende. Cobra 1 € por cada cómic, 1,5 € por cada revista y 2 € por cada novela.
Ayer, vendió el doble de revistas que de novelas y 5 cómics menos que revistas, y consiguió en total una comisión de 30 €.
¿Cuántaas publicaciones vendió de cada tipo?

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Julio 2020)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de cómics vendidos”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de revistas vendidas”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de novelas vendidas”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} y = 2z \\ x = y - 5 \\ x + 1{,}5y + 2z = 30 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x - y = -5 \\ y - 2z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 60 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 60 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 5 & 4 & 70 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 5F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 14 & 70 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x - 10 = -5 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow y - 2 \cdot 5 = 0 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow 14z = 70 \quad \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 5 \\ y = 10 \\ z = 5 \end{array}}$$

Ejercicio 63 (2,5 *puntos*)

Un triatlón consta de tres segmentos que hay que realizar consecutivamente practicando tres modalidades de deporte distintas: natación, ciclismo y carrera a pie. La distancia total que se recorrerá en el triatlón es de 75 km. Se sabe que el recorrido en bicicleta es igual a cuatro veces la distancia que hay que recorrer nadando y corriendo conjuntamente. Se sabe también que si sumamos 3 km a la distancia que se hace corriendo nos da lo mismo que cinco veces el recorrido que se hace nadando. Determine la distancia recorrida en cada modalidad.

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Septiembre 2020)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Distancia de la natación (km)”} \\ y &\equiv \text{“Disctancia del ciclismo (km)”} \\ z &\equiv \text{“Distancia de la carrera a pie (km)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x + y + z = 75 \\ y = 4 \cdot (x + z) \\ z + 3 = 5x \end{cases} \implies \begin{cases} x + y + z = 75 \\ 4x - y + 4z = 0 \\ 5x - z = 3 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 75 \\ 4 & -1 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & -1 & 3 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - 4F_1 \\ F_3 - 5F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 75 \\ 0 & -5 & 0 & -300 \\ 0 & -5 & -6 & -372 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 60 + 12 = 75 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5y = -300 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5 \cdot 60 - 6z = -372 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 3 \\ y = 60 \\ z = 12 \end{array}}$$

Ejercicio 64 (2,5 *puntos*)

En una fiesta familiar se han reunido 20 personas. Contando el total de hombres y mujeres juntos, se observa que hay el triple de hombres y mujeres que de niños. Además, se sabe que, si hubiera asistido una mujer más, el número de mujeres habría sido igual al número de hombres.

a) *(0.75 puntos) Plantee un sistema de ecuaciones para averiguar cuántos hombres, cuántas mujeres y cuántos niños asistieron a la fiesta.*

b) *(1.75 puntos) Resuelva el sistema del apartado anterior e interprete el resultado.*

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Serie 2)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de hombres en la fiesta”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de mujeres en la fiesta”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de niños en la fiesta”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ x+y=3z \\ y+1=x \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=20 \\ x+y-3z=0 \\ x-y=1 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & -4 & -20 \\ 0 & -2 & -1 & -19 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+7+5=20 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -4z=-20 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y-5=-19 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 8 \text{ hombres} \\ y = 7 \text{ mujeres} \\ z = 5 \text{ niños} \end{array}}$$

Ejercicio 65 (2,5 *puntos*)

Una empresa de productos lácteos ha ingresado el año pasado un total de 1800000 *€ por las ventas de quesos. Las exportaciones a la Unión Europea aportaron tantos ingresos como las ventas nacionales y las exportaciones a países extracomunitarios juntas. Este año la empresa ha ingresado* 1950000 *€ y sabemos que las ventas nacionales han disminuido un* 5 %*, las exportaciones a la Unión Europea han aumentado un* 15 % *y las exportaciones a países extracoomunitarios han aumentado un* 10 %*. Determine las cantidades que ha ingresado por cada concepto (ventas nacionales, exportaciones a la Unión Europea y exportaciones a países extracomunitarios) el año pasado, y también las cantidades que ha ingresado este año.*

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Serie 5)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Ventas nacionales del año pasado (miles de €)”} \\ y &\equiv \text{“Ventas a la Unión Europea del año pasado (miles de €)”} \\ z &\equiv \text{“Ventas extracomunitarias del año pasado (miles de €)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=1800 \\ y=x+z \\ 0{,}95x+1{,}15y+1{,}1z=1950 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=1800 \\ x-y+z=0 \\ 19x+23y+22z=39000 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1800 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 19 & 23 & 22 & 39000 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ F_3-19F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1800 \\ 0 & -2 & 0 & -1800 \\ 0 & 4 & 3 & 4800 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+900+400=1800 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y=-1800 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 4\cdot 900+3z=4800 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=500 \\ y=900 \\ z=400 \end{array}}$$

Disponemos las soluciones en una tabla:

	Ventas nacionales	Ventas Unión Europea	Ventas extracomunitarias
Año pasado	500000 €	900000 €	400000 €
Este año	475000 €	1035000 €	440000 €

Ejercicio 66 (2,5 *puntos*)

Filomena hace una fiesta e invita a sus amigos a comer un pastel. Ha ido a la tienda y ha comprado una docena de huevos, una bolsa de harina de almendra y un paquete de azúcar moreno. La fiesta ha sido un éxito y decide repetir el encuentro y volver a hacer el pastel. Vuelve a la tienda y compra otra docena de huevos y dos bolsas de harina de almendra. Pero una vez en casa se da cuenta de que no tiene nada de azúcar. Vuelve a la tienda y compra un paquete de azúcar moreno y también otra docena de huevos. La primera compra le costó 6 €*, la segunda* 6,5 € *y la última* 3,5 €*.*

a) (0.75 puntos) Plantee un sistema de ecuaciones con los datos del problema.

b) (1.75 puntos) Calcule el precio de una docena de huevos, el de una bolsa de harina de almendra y el de un paquete de azúcar moreno.

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Septiembre 2021)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio de la docena de huevos (€)”} \\ y &\equiv \text{“Precio de la bolsa de harina (€)”} \\ z &\equiv \text{“Precio del paquete de azúcar (€)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y = 6{,}5 \\ x + z = 3{,}5 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & 6{,}5 \\ 1 & 0 & 1 & 3{,}5 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & 0{,}5 \\ 0 & -1 & 0 & -2{,}5 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 2{,}5 + 2 = 6 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 2{,}5 - z = 0{,}5 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y = -2{,}5 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 1{,}5 \\ y = 2{,}5 \\ z = 2 \end{array}}$$

Ejercicio 67 (2,5 *puntos*)

En el instituto de Martí han elaborado tres tipos diferentes de ramos de rosas para vender el día de Sant Jordi. La opción clásica consiste en una rosa y una espiga. La opción de ramo pequeño está formada por tres rosas y dos espigas. Y, finalmente, la opción de ramo grande consiste en media docena de rosas y tres espigas. Todos los ramos (sean de la opción que sean) llevan un bonito envoltorio. Se sabe que se han utilizado 200 *rosas,* 135 *espigas y* 85 *envoltorios.*

a) (1.75 puntos) ¿Cuántos ramos se han elaborado de cada tipo?

b) (0.75 puntos) Si el precio de venta de un ramo de la opción clásica es de 3 *euros, el de un ramo pequeño es de* 5 *euros y el de un ramo grande es de* 10 *euros, ¿cuánto dinero se ingresará si se venden todos?*

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Serie 2)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de ramos clásicos”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de ramos pequeños”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de ramos grandes”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=85 \\ x+3y+6z=200 \\ x+2y+3z=135 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 85 \\ 1 & 3 & 6 & 200 \\ 1 & 2 & 3 & 135 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 85 \\ 0 & 2 & 5 & 115 \\ 0 & 1 & 2 & 50 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ 2F_3-F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 85 \\ 0 & 2 & 5 & 115 \\ 0 & 0 & -1 & -15 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+20+15=85 \\ \Rightarrow 2y+5\cdot 15=115 \\ \Rightarrow -z=-15 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=50 \\ y=20 \\ z=15 \end{array}}$$

b) Si se venden todos los ramos se ingresará:

$$3\cdot 50+5\cdot 20+10\cdot 15=400 \text{ euros}$$

Ejercicio 68 (2,5 *puntos*)

Una caja contiene 40 monedas, que son de 50 céntimos, de 1 € y de 2 €. Se sabe que el número de monedas de 50 céntimos que hay es el doble que el de monedas de 2 €.

a) (1.25 puntos) ¿Puede saberse el número de monedas que hay de cada tipo? En caso afirmativo, calcúlelo. En caso negativo, dé la solución en función de un parámetro.

b) (1.25 puntos) Averigüe si puede calcularse el valor total, en euros, de las monedas de la caja. En caso afirmativo, calcúlelo.

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Serie 5)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de monedas de 50 céntimos”}$$
$$y \equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de monedas de 1 €”}$$
$$z \equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de monedas de 2 €”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=40 \\ x=2z \end{cases}$$

No podemos saber el número de monedas de cada tipo ya que es un S.C.I. Lo resolveremos por el método de Gauss en función de un parámetro

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 40 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 2\lambda+y+\lambda=40 & \Rightarrow \\ \Rightarrow x-2\lambda=0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow z=\lambda & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=2\lambda \\ y=40-3\lambda \ , \ \lambda\in\mathbb{R} \\ z=\lambda \end{array}}$$

b) El valor total de las monedas sería:

$$0{,}5x+y+2z=0{,}5\cdot 2\lambda+40-3\lambda+2\lambda=\cancel{\lambda}+\cancel{2\lambda}+40-\cancel{3\lambda}=40 \text{ euros}$$

Ejercicio 69 (2,5 *puntos*)

Martí le explica a Marcel que el otro día, cuando cogió el autocar para ir de Barcelona a Tarragona, el autocar se averió justo a la mitad del trayecto. Desde ese punto fue andando hasta la población más próxima, de manera que recorrió a pie una vigésima parte del total del trayecto. Allí cogió un taxi hasta Tarragona, y dice que recorrió 5 *kilómetros más en autocar que en taxi.*

a) (1.75 puntos) Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones para calcular cuántos kilómetros recorrió en autocar, a pie y en taxi.

b) (0.75 puntos) Si el autocar iba a 100 km/h*, Martí anduvo a* 5 km/h *y el taxi iba a* 90 km/h*, ¿cuánto tiempo tardó en recorrer todo el trayecto?*

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Septiembre 2022)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Distancia recorrida en autocar (km)”} \\ y &\equiv \text{“Distancia recorrida a pie (km)”} \\ z &\equiv \text{“Diitancia recorrida en taxi (km)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x = \dfrac{x+y+z}{2} \\ y = \dfrac{x+y+z}{20} \\ x = z+5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} -x+y+z=0 \\ x-19y+z=0 \\ x-z=5 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -19 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 5 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2+F_1 \\ F_3+F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -18 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow -x+5+45=0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -18\cdot 5+2\cdot z=0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y=5 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=50 \\ y=5 \\ z=45 \end{array}}$$

b) $t = \dfrac{S}{v} = \dfrac{50}{100} + \dfrac{5}{5} + \dfrac{45}{90} = 2$ horas

Ejercicio 70 (2,5 *puntos*)

Roberto ha realizado tres pruebas de una asignatura. Haciendo la media aritmética de las notas obtenidas en cada una de las tres pruebas le ha quedado una nota global de 6. Roberto sabe que la nota de la tercera prueba ha sido igual que la media aritmética de las notas de las otras dos pruebas.

a) (1.25 puntos) Con esta información, ¿puede saber alguna de las tres notas? En caso afirmativo, ¿de qué prueba y cuál sería la nota obtenida?

b) (1.25 puntos) La profesora le dice que ha sido muy irregular y que si sólo se tuvieran en cuenta las notas de las dos últimas pruebas habría obtenido una media de 7. ¿Qué nota ha obtenido en cada prueba?

(Cataluña - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Serie 1)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nota de la primera prueba”} \\ y &\equiv \text{“Nota de la segunda prueba”} \\ z &\equiv \text{“Nota de la tercera prueba”} \end{aligned}$$

a) Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} \dfrac{x+y+z}{3} = 6 \\ z = \dfrac{x+y}{2} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z = 18 \\ x+y-2z = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema compatible indeterminado por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 18 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 18 \\ 0 & 0 & -3 & -18 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+6+\lambda = 18 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y = \lambda & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3z = -18 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{l} x = 12-\lambda \\ \quad y = \lambda \quad , \ \lambda \in \mathbb{R} \\ \quad z = 6 \end{array}}$$

Por lo tanto sólo se puede conocer la nota de la última prueba que será un 6.

b) Añadimos la nueva información obtenida: $\dfrac{y+z}{2} = 7 \Longrightarrow y+z = 14$

$$\left.\begin{array}{l} x = 12-\lambda \\ y = \lambda \\ z = 6 \end{array}\right\} \xrightarrow{y+z=14} \lambda + 6 = 14 \Longrightarrow \lambda = 8 \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{c} x = 4 \\ y = 8 \\ z = 6 \end{array}}$$

La Rioja

Ejercicio 71 (2,5 *puntos*)

Una pequeña empresa ha comprado, para regalar a sus clientes, cien botellas de vino tinto de tres clases y a tres precios distintos: las de vino joven cuestan 4 €, las de crianza 8 € y las de reserva 12 €. Se ha gastado lo mismo en reserva que en las otras dos clases juntas. Además, si hubiera cambiado las botellas de reserva por botellas de crianza y viceversa se habría gastado en total 20 € más.

i) *(2 puntos) ¿Cuántas botellas ha comprado de cada clase?*

ii) *(0.5 puntos) ¿Cuánto ha gastado en total?*

(La Rioja - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Bloque Algebra)

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de botellas de vino joven”} \\ y &\equiv \text{“Nº de botellas de vino crianza”} \\ z &\equiv \text{“Nº de botellas de vino reserva”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=100 \\ 12z=4x+8y \\ 4x+8y+12z+20=4x+12y+8z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=100 \\ x+2y-3z=0 \\ y-z=5 \end{cases}$$

i) Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 5 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & 1 & -4 & -100 \\ 0 & 1 & -1 & 5 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & 1 & -4 & -100 \\ 0 & 0 & 3 & 105 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+40+35=100 \\ \Rightarrow y-4\cdot 35=100 \\ \Rightarrow 3z=105 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=25 \\ y=40 \\ z=35 \end{array}}$$

ii) En total ha gastado $4x+8y+12z=4\cdot 25+8\cdot 40+12\cdot 35=840$ €

Comunidad de Madrid

Ejercicio 72 (3 *puntos*)

> *Una empresa desea disponer de dinero en efectivo en euros, dólares y libras esterlinas. El valor total entre las tres monedas ha de ser igual a* 264000 *euros. Se quiere que el valor del dinero disponible en euros sea el doble del valor del dinero en dólares, y que el valor del dinero en libras esterlinas sea la décima parte del dinero en euros. Si se supone que una libra esterlina es igual a* 1,5 *euros, y un dólar es igual a* 1,1 *euros, se pide determinar la cantidad de euros, dólares y libras esterlinas que la empresa ha de tener disponible.*
>
> *(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2000 - Opción A)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Cantidad de euros”} \\ y &\equiv \text{“Cantidad de dólares”} \\ z &\equiv \text{“Cantidad de libras esterlinas”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + 1{,}1y + 1{,}5z = 264000 \\ x = 2{,}2y \\ 1{,}5z = \dfrac{x}{10} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 10x + 11y + 15z = 2640000 \\ 10x - 22y = 0 \\ x - 15z = 0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 10 & 11 & 15 & 2640000 \\ 10 & -22 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -15 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ 10F_3 - F_1 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 10 & 11 & 15 & 2640000 \\ 0 & -33 & -15 & -2640000 \\ 0 & -11 & -165 & -2640000 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3 - F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 10 & 11 & 15 & 2640000 \\ 0 & -33 & -15 & -2640000 \\ 0 & 0 & -480 & -5280000 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 10x + 11 \cdot 75000 + 15 \cdot 11000 = 2640000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -33y - 15 \cdot 11000 = -2640000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -480z = -5280000 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 165000 \text{ euros} \\ y = 75000 \text{ dólares} \\ z = 11000 \text{ libras} \end{array}}$$

Ejercicio 73 (3 *puntos*)

> *Un hipermercado inicia una campaña de ofertas. En la primera de ellas descuenta un 4 % en un cierto producto A, un 6 % en el producto B y un 5 % en el producto C. A las dos semanas pone en marcha la segunda oferta descontando un 8 % sobre el precio inicial de A, un 10 % sobre el precio inicial de B y un 6 % sobre el precio inicial de C.*
> *Se sabe que si un cliente compra durante la primera oferta un producto A, dos B y tres C, se ahorra 16 euros respecto del precio inicial. Si compra tres productos A, uno B y cinco C en la segunda oferta, el ahorro es de 19 euros. Si compra un producto A, uno B y uno C, sin ningún tipo de descuento, debe abonar 135 euros.*
> *Calcúlese el precio de cada producto antes de las ofertas.*
>
> *(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2001 - Opción B)*

Solución.

Sean las incógnitas:

	A	B	C
Sin Oferta	x	y	z
1ª Oferta	$0{,}96x$	$0{,}94y$	$0{,}95z$
2ª Oferta	$0{,}92x$	$0{,}90y$	$0{,}94z$

$$\begin{cases} x+y+z=135 \\ 0{,}96x+1{,}88y+2{,}85z=x+2y+3z-16 \\ 2{,}76x+0{,}90y+4{,}70z=3x+y+5z-29 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=135 \\ 4x+12y+15z=1600 \\ 12x+5y+15z=1450 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 135 \\ 4 & 12 & 15 & 1600 \\ 12 & 5 & 15 & 1450 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-4F_1 \\ F_3-12F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 135 \\ 0 & 8 & 11 & 1060 \\ 0 & -7 & 3 & -170 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 8F_3+7F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 135 \\ 0 & 8 & 11 & 1060 \\ 0 & 0 & 101 & 6060 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+50+60=135 \\ \Rightarrow 8y+11\cdot 60=1060 \\ \Rightarrow 101z=6060 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=25 \\ y=50 \\ z=60 \end{array}}$$

Ejercicio 74 (3 *puntos*)

> *Un agricultor tiene repartidas sus 10 hectáreas de terreno de barbecho, cultivo de trigo y cultivo de cebada. La superficie dedicada al trigo ocupa 2 hectáreas más que la dedicada a la cebada, mientras que en barbecho tiene 6 hectáreas menos que la superficie total dedicada al cultivo de trigo y cebada. ¿Cuántas hectáreas tiene dedicadas a cada uno de los cultivos y cuántas están en barbecho?*
>
> *(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2008 - Opción A)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Superficie dedicada a barbecho (Ha.)”}$$
$$y \equiv \text{“Superficie dedicada a cultivo de trigo (Ha.)”}$$
$$z \equiv \text{“Superficie dedicada a cultivo de cebada (Ha.)”}$$

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ y=z+2 \\ x+6=y+z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=10 \\ y-z=2 \\ x-y-z=-6 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & -6 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & -16 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3 - 2F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & -12 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+5+3=10 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y-3=2 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -4z=-12 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=2 \\ y=5 \\ z=3 \end{array}}$$

Ejercicio 75 (3 *puntos*)

> *Una empresa instala casas prefabricadas de tres tipos A, B y C. Cada casa de tipo A necesita 10 horas de albañilería, 2 de fontanería y 2 de electricista. Cada casa de tipo B necesita 15 horas de albañilería, 4 de fontanería y 3 de electricista. Cada casa de tipo C necesita 20 horas de albañilería, 6 de fontanería y 5 de electricista. La empresa emplea exactamente 270 horas de trabajo al mes de albañilería, 68 de fontanería y 58 de electricista. ¿Cuántas casas de cada tipo instala la empresa en un mes?*
>
> *(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2008 - Opción A)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de casas de tipo } A\text{”} \\ y &\equiv \text{“Nº de casas de tipo } B\text{”} \\ z &\equiv \text{“Nº de casas de tipo } C\text{”} \end{aligned}$$

	A	B	C	Totales
albañilería	10	15	20	270
fontanería	2	4	6	68
electricidad	2	3	5	58

$$\begin{cases} 10x + 15y + 20z = 270 \\ 2x + 4y + 6z = 68 \\ 2x + 3y + 5z = 58 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x + 3y + 4z = 54 \\ x + 2y + 3z = 34 \\ 2x + 3y + 5z = 58 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 54 \\ 1 & 2 & 3 & 34 \\ 2 & 3 & 5 & 58 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 2F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 54 \\ 0 & 1 & 2 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 2x + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 4 = 54 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y + 2 \cdot 4 = 14 & \Rightarrow \\ \Rightarrow z = 4 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 10 \\ y = 6 \\ z = 4 \end{array}}$$

Ejercicio 76 (3 *puntos*)

Un hotel adquirió un total de 200 unidades entre almohadas, mantas y edredones, gastando para ello un total de 7500 euros. El precio de una almohada es de 16 euros, el de una manta 50 euros y el de un edredón 80 euros. Además, el número de almohadas compradas es igual al número de mantas más el número de edredones. ¿Cuántas almohadas, mantas y edredones ha comprado el hotel?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2009 - Opción B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de almohadas”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de mantas”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de edredones”}$$

$$\begin{cases} x+y+z=200 \\ 16x+50y+80z=7500 \\ x=y+z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=200 \\ 8x+25y+40z=3750 \\ x-y-z=0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 8 & 25 & 40 & 3750 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-8F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 17 & 32 & 2150 \\ 0 & -2 & -2 & -200 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ 17F_3+2F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 17 & 32 & 2150 \\ 0 & 0 & 30 & 900 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+70+30=200 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 17y+32\cdot 30=2150 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 30z=900 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=100 \\ y=70 \\ z=30 \end{array}}$$

Ejercicio 77 (3 *puntos*)

Un estudiante ha gastado un total de 48 euros en la compra de una mochila, un bolígrafo y un libro. Si el precio de la mochila se redujera a la sexta parte, el del bolígrafo a la tercera parte y el del libro a la séptima parte de sus respectivos precios iniciales, el estudiante pagaría un total de 8 euros por ellos. Calcular el precio de la mochila, del bolígrafo y del libro, sabiendo que la mochila cuesta lo mismo que el total del bolígrafo y el libro.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Modelo 2011 - Opción A)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Precio de la mochila”}$$
$$y \equiv \text{“Precio del bolígrafo”}$$
$$z \equiv \text{“Precio del libro”}$$

$$\begin{cases} x+y+z=48 \\ \dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{7}=8 \\ x=y+z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=48 \\ 7x+14y+6z=336 \\ x-y-z=0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 48 \\ 7 & 14 & 6 & 336 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-7F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 48 \\ 0 & 7 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -48 \end{array}\right)$$

$$\sim \begin{bmatrix} \\ \\ 7F_3+2F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 48 \\ 0 & 7 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & -336 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+3+21=48 \\ \Rightarrow 7y-21=0 \\ \Rightarrow -16z=-336 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=24 \\ y=3 \\ z=21 \end{array}}$$

Ejercicio 78 (3 *puntos*)

Un estadio de fútbol con capacidad para 72000 espectadores está lleno durante la celebración de un partido entre los equipos A y B. Unos espectadores son socios del equipo A, otros del equipo B, y el resto no son socios de ninguno de los equipos que están jugando. A través de la venta de localidades sabemos lo siguiente:

a) No hay espectadores que sean socios de ambos equipos simultáneamente.

b) Por cada 13 socios de alguno de los dos equipos hay 3 espectadores que no son socios.

c) Los socios del equipo B superan en 6500 a los socios del equipo A.

¿Cuántos socios de cada equipo hay en el estadio viendo el partido?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2012 - Opción B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de socios del equipo } A\text{”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de socios del equipo } B\text{”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de espectadores que no son socios} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+y+z=72000 \\ \dfrac{x+y}{13}=\dfrac{z}{3} \\ x+6500=y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=72000 \\ 3x+3y-13z=0 \\ x-y=-6500 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 72000 \\ 3 & 3 & -13 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -6500 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_3-3F_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 72000 \\ 0 & 0 & -16 & -216000 \\ 0 & -2 & -1 & -78500 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 \leftrightarrow F_3 \\ \\ \end{array}\right] \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 72000 \\ 0 & -2 & -1 & -78500 \\ 0 & 0 & -16 & -216000 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+32500+13500=72000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y-13500=-78500 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -16z=-216000 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=26000 \\ y=32500 \\ z=13500 \end{array}}$$

Ejercicio 79 (3 *puntos*)

Hemos ido tres días seguidos al bar de la Universidad. El primer día tomamos 3 cafés, 2 refrescos de cola y 3 batidos de cacao, el precio fue de 7 euros. El segundo día tomamos 1 café, 2 refrescos de cola y 2 batidos de cacao, el precio total fue de 5 euros. Por último, el tercer día tomamos 2 cafés y un batido de cacao, el precio fue de 2 euros.
Justifíquese razonadamente si con estos datos podemos determinar o no el precio de un café, de un refresco de cola y de un batido de cacao, suponiendo que estos precios no han variado en los tres días.

(Madrid - Matemáticas CCSS - Septiembre 2013 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio de un café (€)”} \\ y &\equiv \text{“Precio de un refresco de cola (€)”} \\ z &\equiv \text{“Precio de un batido de cacao (€)”} \end{aligned}$$

	cafés	colas	batidos	precio
1º día	3	2	3	7
2º día	1	2	2	5
3º día	2	0	1	2

$$\begin{cases} 3x+2y+3z=7 \\ x+2y+2z=5 \\ 2x+z=2 \end{cases} \Longrightarrow A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

$$|A| = 0 \Longrightarrow \operatorname{ran}(A) < 3 \text{ y como } \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \Longrightarrow \operatorname{ran}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Longrightarrow \operatorname{ran}(A^*) = 2$$

$$\operatorname{ran}(A) = 2 = \operatorname{ran}(A^*) \neq \text{nº incógnitas} \xrightarrow{Th.\ Rouche} \text{SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINDADO (Infinitas soluciones)}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ 3F_2 - F_1 \\ 3F_3 - 2F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 4 & 3 & 8 \\ 0 & -4 & -3 & -8 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3 + F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 4 & 3 & 8 \\ 0 & -4 & -3 & -8 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow 3x + 2\cdot\left(2 - \frac{3\lambda}{4}\right) + 3\lambda = 7 \\ \Rightarrow 4y + 3\lambda = 8 \\ \Rightarrow z = \lambda \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 1 - \lambda/2 \\ y = 2 - 3\lambda/4\ ,\ \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{array}}$$

Ejercicio 80 (2 *puntos*)

Se desea rellenar una piñata para un cumpleaños con juguetes de 1, 2 y 5 euros. Por cada cinco juguetes de 5 euros debe haber un juguete de 2 euros, por cada dos juguetes de 2 euros debe haber tres de 1 euro. Si para rellenar la piñata se compran juguetes por valor de 228 euros, ¿cuántos juguetes de 1, 2 y 5 euros habría que comprar para introducir en la piñata?

(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2021 - Opción B - Coincidentes)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de juguetes de 1 €”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de juguetes de 2 €”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de juguetes de 5 €”}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} \dfrac{z}{5} = y \\ \dfrac{y}{2} = \dfrac{x}{3} \\ x + 2y + 5z = 228 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + 2y + 5z = 228 \\ 5y - z = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 5 & 228 \\ 0 & 5 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 5 & 228 \\ 0 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & -7 & -10 & -456 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 5F_3 + 7F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 5 & 228 \\ 0 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -57 & -2280 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 2\cdot 8 + 5 \cdot 40 = 228 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 5y - 40 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -57z = -2280 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 12 \\ y = 8 \\ z = 40 \end{array}}$$

Ejercicio 81 (2 *puntos*)

> *Una pastelería tiene 220 buñuelos de chocolate, nata y crema. Hay el doble de buñuelos de nata que de crema. Además, el doble de la cantidad de los buñuelos de crema más el triple de los buñuelos de chocolate es igual al doble de la cantidad de los buñuelos de nata. Calcule la cantidad de buñuelos que hay de cada tipo.*
>
> *(Madrid - Matemáticas CCSS - Junio 2023 - Opción B)*

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de buñuelos de cholcolate”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de buñuelos de nata”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de buñuelos de crema”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=220 \\ y=2z \\ 2z+3x=2y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=220 \\ y-2z=0 \\ 3x-2y+2z=0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 220 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-3F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 220 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -5 & -1 & -660 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3+5F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 220 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -11 & -660 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+120+60=220 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y-2\cdot 60=0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -11z=-660 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=40 \\ y=120 \\ z=60 \end{array}}$$

Navarra

Ejercicio 82 (3,5 *puntos*)

> *En una tienda, por comprar 3 videojuegos, 1 auricular inalámbrico y 2 memorias USB nos cobran 130 euros. Si volvemos a la tienda y compramos 2 videojuegos, una memoria USB y devolvemos el auricular, nos cobran 60 euros.*
>
> *a) (1.75 puntos) Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones.*
>
> *b) (1.75 puntos) Si nos cobran 70 euros por 1 videojuego y 1 memoria USB, plantee y resuelva el nuevo sistema de ecuaciones.*
>
> *(Navarra - Matemáticas CCSS - Septiembre 2018 - Opción A)*

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del videojuego (€)”} \\ y &\equiv \text{“Precio del auricular inalámbrico (€)”} \\ z &\equiv \text{“Precio de la memoria USB (€)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} 3x + y + 2z = 230 \\ 2x - y + z = 60 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 230 \\ 2 & -1 & 1 & 60 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 3F_2 - 2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 130 \\ 0 & -5 & -1 & -280 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 3x + \lambda + 2\cdot(280 - 5\lambda) = 230 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5\lambda - z = -280 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y = \lambda & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = -110 + 3\lambda \\ y = \lambda \qquad , \ \lambda \in \mathbb{R} \\ z = 80 - 5\lambda \end{array}}$$

b) Añadimos una ecuación al sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + y + 2z = 230 \\ 2x - y + z = 60 \\ x + z = 70 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 230 \\ 2 & -1 & 1 & 60 \\ 1 & 0 & 1 & 70 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 3F_2 - 2F_1 \\ 3F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 230 \\ 0 & -5 & -1 & -280 \\ 0 & -1 & 1 & -20 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 5F_3 - F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 230 \\ 0 & -5 & -1 & -280 \\ 0 & 0 & 6 & 180 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 3x + 50 + 2\cdot 30 = 230 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5y - 30 = -280 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 6z = 180 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 40 \\ y = 50 \\ z = 30 \end{array}}$$

Ejercicio 83 (3,33 *puntos*)

Un cajero automático contiene billetes de 10 €, 20 € y 50 €. En total hay 800 billetes con un importe de 21000 €. El número de billetes de 10 € es igual que el número de billetes de 20 € y 50 € juntos. Calcule cuántos billetes hay de cada tipo.

I) (3 puntos) Plantee el sistema de ecuaciones lineales.

II) (7 puntos) Resuelva el sistema por el método de Gauss.

(Navarra - Matemáticas CCSS - Julio 2021)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de billetres de 10 €”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de billetres de 20 €”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de billetres de 50 €”}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=800 \\ 10x+20y+50z=21000 \\ x=y+z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=800 \\ x+2y+5z=2100 \\ x-y-z=0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 800 \\ 1 & 2 & 5 & 2100 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 800 \\ 0 & 1 & 4 & 1300 \\ 0 & -2 & -2 & -800 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3+2F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 800 \\ 0 & 1 & 4 & 1300 \\ 0 & 0 & 6 & 1800 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+100+300=800 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y+4\cdot 300=1300 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 6z=1800 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=400 \\ y=100 \\ z=300 \end{array}}$$

Comunidad Valenciana

Ejercicio 84 (3,33 *puntos*)

Un inversor decidió invertir un total de 42000 € entre tres productos:

a) *Una cuenta de ahorros por la que recibe unos intereses anuales del 5 %.*

b) *Un depósito a plazo fijo por el que le pagan unos interesas anuales del 7 %.*

c) *Unos bonos con unos intereses anuales del 9 %.*

Al cabo de un año, los intereses le han proporcionado un beneficio de 2600 €. Si los intereses que ha recibido de la cuenta de ahorros son 200 € menos que la suma de los interese que ha percibido por las otras dos inversiones, ¿qué cantidad invirtió en cada producto?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2018 - Opción B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Cantidad invertida en la cuenta de ahorros (€)”} \\ y &\equiv \text{“Cantidad invertida en el depósito a plazo fijo (€)”} \\ z &\equiv \text{“Cantidad invertida en bonos (€)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=42000 \\ 0{,}05x+0{,}07y+0{,}09z=2600 \\ 0{,}05x=0{,}07y+0{,}09z-200 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=42000 \\ 5x+7y+9z=260000 \\ 5x-7y-9z=-20000 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 42000 \\ 5 & 7 & 9 & 260000 \\ 5 & -7 & -9 & -20000 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-5F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 42000 \\ 0 & 2 & 4 & 50000 \\ 0 & -12 & -14 & -230000 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3+6F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 42000 \\ 0 & 2 & 4 & 50000 \\ 0 & 0 & 10 & 70000 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+11000+7000=42000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 2y+4\cdot 7000=50000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 10z=70000 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=24000 \\ y=11000 \\ z=7000 \end{array}}$$

Ejercicio 85 (3,33 *puntos*)

> *Una fábrica de juguetes artesanales produce camiones, marionetas y rompecabezas de madera. Para fabricar un camión necesita dos kilos de madera y tres horas de trabajo, mientras que para una marioneta necesita quinientos gramos de madera y cuatro horas de trabajo. En el caso de los rompecabezas necesita ochocientos gramos de madera y tres horas y media de trabajo para producir uno. Durante una semana, la empresa ha puesto en el mercado 89 juguetes utilizando exactamente 91 kilos de madera y 313 horas de trabajo. Determina el número de camiones, de marionetas y de rompecabezas producidos.*
>
> *(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2020)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de camiones producidos”} \\ y &\equiv \text{“N0 de marionetas producido”} \\ z &\equiv \text{“Nº de rompecabezas producido”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

	Camión	Marioneta	Rompecabezas	Existencias
Kilos de madera	2	0,5	0,8	91
Horas de trabajo	3	4	3,5	313

$$\begin{cases} x+y+z=89 \\ 2x+0{,}5y+0{,}8=91 \\ 3x+4y+3{,}5z=313 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=89 \\ 20x+5y+8z=910 \\ 6x+8y+7z=626 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 89 \\ 20 & 5 & 8 & 910 \\ 6 & 8 & 7 & 626 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-20F_1 \\ F_3-6F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 89 \\ 0 & -15 & -12 & -870 \\ 0 & 2 & 1 & 92 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 15F_3+2F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 89 \\ 0 & -15 & -12 & -870 \\ 0 & 0 & -9 & -360 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+26+40=89 \\ \Rightarrow -15y-12\cdot 40=-870 \\ \Rightarrow -9z=-360 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=23 \\ y=26 \\ z=40 \end{array}}$$

Ejercicio 86 (3,33 *puntos*)

En una empresa de 57 trabajadores el gasto en salarios en este mes ha sido de 62000 euros. En la empresa hay trabajadores de tres categorías, denominadas A, B y C. Este mes el salario de los trabajadores de la categoría A ha sido de 800 euros, el de los trabajadores de la categoría B de 1000 euros y el de los trabajadores de la categoría C de 2000 euros. Una auditoría externa ha indicado que la desigualdad salarial entre los trabajadores de la empresa es excesiva, por lo que se ha decidido que el próximo mes se incrementará en un 4 % el salario a los trabajadores de la categoría A, se mantendrá el salario a los trabajadores de la categoría B y se rebajará en un 10 % el salario a los trabajadores de la categoría C. De esta manera, el gasto de la empresa en salarios en el próximo mes será un 2 % inferior al gasto en salarios de este mes. ¿Cuántos trabajadores de cada categoría tiene la empresa?

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2021)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Nº de trabajadores de la categoría } A\text{”}$$
$$y \equiv \text{“Nº de trabajadores de la categoría } B\text{”}$$
$$z \equiv \text{“Nº de trabajadores de la categoría } C\text{”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=57 \\ 800x+1000y+2000z=62000 \\ 1{,}04\cdot 800x+1000y+0{,}9\cdot 2000z=0{,}98\cdot 62000 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=57 \\ 4x+5y+10z=310 \\ 104x+125y+225z=7595 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 4 & 5 & 10 & 310 \\ 104 & 125 & 225 & 7595 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-4F_1 \\ F_3-104F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 1 & 6 & 82 \\ 0 & 21 & 121 & 1667 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-21F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 1 & 6 & 82 \\ 0 & 0 & -5 & -55 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+16+11=57 \\ \Rightarrow y+6\cdot 11=82 \\ \Rightarrow -5z=-55 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=30 \\ y=16 \\ z=11 \end{array}}$$

Ejercicio 87 (3,33 *puntos*)

> *Una empresa está especializada en la preparación de mezclas de café. Utilizando café colombiano, brasileño y keniata, la empresa quiere comercializar paquetes de 1 kg con un coste de 8,50 € el paquete. El precio de un kilo de cada clase de café es, respectivamente, de 10 €, 6 € y 8 €. Sabiendo que la cantidad de café colombiano de la mezcla ha de ser el triple de la de café brasileño, calcula el porcentaje de cada tipo de café que ha de utilizarse en la mezcla.*
>
> *(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Julio 2021)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“Cantidad de café colombiano en la mezcla (kg)”}$$
$$y \equiv \text{“Cantidad de café brasileño en la mezcla (kg)”}$$
$$z \equiv \text{“Cantidad de café keniata en la mezcla (kg)”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 10x+6y+8z=8{,}5 \\ x=3y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=1 \\ 10x+6y+8z=8{,}5 \\ x-3y=0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & 6 & 8 & 8{,}5 \\ 1 & -3 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-10F_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -1{,}5 \\ 0 & -4 & -1 & -1 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -1{,}5 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}5 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+0{,}125+0{,}5=1 \\ \Rightarrow -4y-2\cdot 0{,}5=-1{,}5 \\ \Rightarrow z=0{,}5 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=0{,}375 \\ y=0{,}125 \\ z=0{,}5 \end{array}}$$

Por lo tanto la mezcla ha de contener un 37,5 % de café colombiano, un 12,5 % de café brasileño y un 50 % de café keniata.

Ejercicio 88 (3,33 *puntos*)

Una agencia inmobiliaria tiene tres locales en alquiler, por los que ha cobrado en total 1650 *euros en este mes. La agencia ha pagado al propietario del primer local el* 95 % *de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; al propietario del segundo local, el* 90 % *de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; y al propietario del tercer local, el* 80 % *de la cantidad que ha cobrado por su alquiler. Tras estos tres pagos, a la agencia le han quedado* 132 *euros de ganancia. Se sabe también que el alquiler que se cobra por el primer local es el doble de la suma de lo que se cobra por el alquiler de los otros dos locales juntos. ¿Cuántos euros cobra la agencia por cada uno de los tres locales que tiene en alquiler?*

(Comunidad Valenciana - Matemáticas CCSS - Junio 2022)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del alquiler del primer local (€)”} \\ y &\equiv \text{“Precio del alquiler del segundo local (€)”} \\ z &\equiv \text{“Precio del alquiler del tercer local (€)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

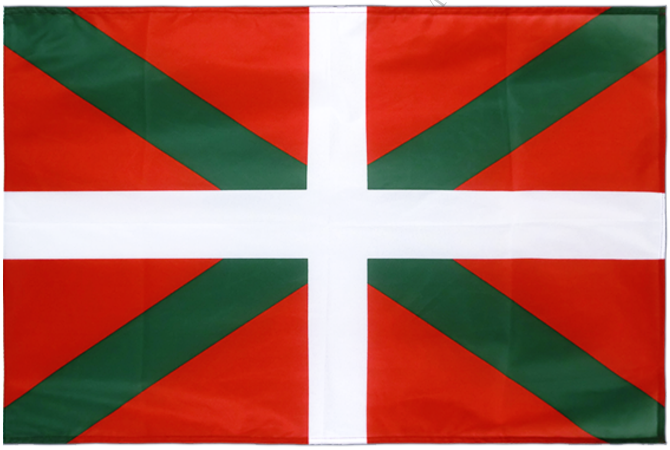
$$\begin{cases} x + y + z = 1650 \\ 0{,}95x + 0{,}90y + 0{,}80z = 1650 - 132 \\ x = 2 \cdot (y + z) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 1650 \\ 19x + 18y + 16z = 30360 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1650 \\ 19 & 18 & 16 & 30360 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 19F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1650 \\ 0 & -1 & -3 & -990 \\ 0 & -3 & -3 & -1650 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 3F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1650 \\ 0 & -1 & -3 & -990 \\ 0 & 0 & 6 & 1320 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 330 + 220 = 1650 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y - 3 \cdot 220 = -990 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 6z = 1320 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 1100 \\ y = 330 \\ z = 220 \end{array}}$$

País Vasco



Ejercicio 89 (2,5 *puntos*)

> *Una determinada empresa de selección de personal realiza un test de* 90 *preguntas. Por cada acierto da* 6 *puntos; por cada fallo quita* 2,5 *puntos, y por cada pregunta no contestada quita* 1,5 *puntos. Para aprobar hay que obtener por lo menos* 210 *puntos. ¿Cuántas preguntas hay que contestar correctamente para obtener los* 210 *puntos, y que el número de preguntas no contestadas más el número de aciertos sea igual al doble del número de fallos?*
>
> *(País Vasco - Matemáticas CCSS - Junio 2022 - Opción A)*

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de preguntas contestadas correctamente”}$$
$$y \equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de preguntas falladas”}$$
$$z \equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de preguntas no contestadas”}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x+y+z=90 \\ 6x-2{,}5y-1{,}5z=210 \\ x+z=2y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=90 \\ 12x-5y-3z=420 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$$

b) Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 90 \\ 12 & -5 & -3 & 420 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-12F_1 \\ F_3-F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 90 \\ 0 & -17 & -15 & --660 \\ 0 & -3 & 0 & -90 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+30+10=90 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -17\cdot 30-15z=-660 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3y=-90 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=50 \\ y=30 \\ z=10 \end{array}}$$

$\boxed{\textbf{MATEMATICAS II}}$

Andalucia

Ejercicio 90 (2,5 *puntos*)

En una empresa se fabrican tres tipos de productos plásticos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 *kg de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan* 50 *gramos, para cada garrafa* 100 *gramos y* 1 *kg para cada bidón.*
El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo, en las máquinas se producen en total 52 *productos cada hora. ¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?*

(Andalucía - Matemáticas II - Junio 2021 - Bloque B - Titular)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N de botellas producidos cada hora”} \\ y &\equiv \text{“Nº de garrafas producidos cada hora”} \\ z &\equiv \text{“Nº de bidones producidos cada hora”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos las ecuaciones:

$$\begin{cases} 50x + 100y + 1000z = 10000 \\ x = 2y \\ x + y + z = 52 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 52 \\ x + 2y + 20z = 200 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el mátodo de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 52 \\ 1 & 2 & 20 & 200 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 52 \\ 0 & 1 & 19 & 148 \\ 0 & -3 & -1 & -52 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3 + 3F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 52 \\ 0 & 1 & 19 & 148 \\ 0 & 0 & 56 & 392 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 15 + 7 = 52 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y + 19z = 148 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 56z = 392 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 30 \\ y = 15 \\ z = 7 \end{array}}$$

Ejercicio 91 (2,5 *puntos*)

Una empresa de mensajería opera en tres rutas distintas A, B y C. Semanalmente hace un total de 70 viajes, y el número de viajes por la ruta B es igual a la suma de los viajes por las rutas A y C.

a) (1.25 puntos) Si sabemos que el doble de la suma de los viajes por las rutas A y C es 70, ¿podemos deducir el número de viajes por cada ruta? Razona la respuesta.

b) (1.25 puntos) Si el doble de viajes por la ruta C es igual al número de viajes por la ruta B menos 5, ¿cuántos viajes hace por cada ruta?

(Andalucía - Matemáticas II - Julio 2021 - Bloque B - Titular)

Solución.

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de viajes realizados por la ruta } A\text{”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de viajes realizados por la ruta } B\text{”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de viajes realizados por la ruta } C\text{”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=70 \\ y=x+z \end{cases} \implies \begin{cases} x+y+z=70 \\ x-y+z=0 \end{cases}$$

a) Si añadimos la ecuación $2\cdot(x+z)=70 \implies 2x+2z=70$ el sistema no tiene solución única, ya que esta ecuación es la suma de las otras dos que ya teníamos, lo que nos conduce a un sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones).

b) Intentamos resolverlo añadiendo la ecuación $2z=y-5 \implies y-2z=5$

$$\begin{cases} x+y+z=70 \\ x-y+z=0 \\ y-2z=5 \end{cases} \implies \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 70 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \end{array}\right) \sim \left[\, F_2-F_1 \,\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 70 \\ 0 & -2 & 0 & -70 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+35+15=70 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y=-70 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 35-2z=5 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=20 \\ y=35 \\ z=15 \end{array}}$$

Ejercicio 92 (2,5 *puntos*)

En una cafetería, tres cafés, una tostada y dos zumos de naranja cuestan 7,50 €*. Cuatro cafés, una tostada y un zumo de naranja cuestan* 7,20 €*.*

a) (1.5 puntos) Calcula, de forma razonada, el precio total de dos cafés, una tostada y tres zumos de naranja.

b) (1 punto) ¿El precio de un zumo de naranja podría ser de 2 €*? Razona la respuesta.*

(Andalucía - Matemáticas II - Julio 2021 - Bloque B - Suplente)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio de un café (€)} \\ y &\equiv \text{“Precio de una tostada (€)} \\ z &\equiv \text{“Precio de un zumo (€)} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos: $\begin{cases} 3x + y + 2z = 7{,}5 \\ 4x + y + z = 7{,}2 \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 7{,}5 \\ 4 & 1 & 1 & 7{,}2 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 3F_2 - 4F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 2 & 7{,}5 \\ 0 & -1 & -5 & -8{,}4 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 3x + 8{,}4 - 5\lambda + 2\lambda = 7{,}5 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y - 5\lambda = -8{,}4 & \Rightarrow \\ \Rightarrow z = \lambda & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{l} x = -0{,}3 + \lambda \\ y = 8{,}4 - 5\lambda \quad , \ \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{array}}$$

a) Por lo tanto el coste de dos cafés, una tostada y tres zumos sería:

$$2 \cdot (-0{,}3 + \lambda) + 8{,}4 - 5\lambda + 3\lambda = -0{,}6 + \cancel{2\lambda} + 8{,}4 - \cancel{5\lambda} + \cancel{3\lambda} = 7{,}8 \text{ euros}$$

b) Si el precio del zumo fuese 2 € tendríamos que:

$$z = \lambda = 2 \implies y = 8{,}4 - 5 \cdot 2 = -1{,}6 < 0 \implies \text{ es imposible que el zumo valga 2 €}$$

Ejercicio 93 (2,5 *puntos*)

En una empresa se fabrican tres tipos de productos plásticos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos, para cada garrafa 100 gramos y 1 kg para cada bidón.
El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas.
Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo, en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora.
¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?

(Andalucía - Matemáticas II - Modelo 2022B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de botellas producidas por hora”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de garrafas producidas por hora”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de bidones producidas por hora”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x = 2y \\ x + y + z = 52 \\ 50x + 100y + 1000z = 10000 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 52 \\ x - 2y = 0 \\ x + 2y + 20z = 200 \end{cases}$$

Aunque podríamos resolver el sistema de forma directa, lo haremos por el método de Gauss.

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 52 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 20 & 200 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 52 \\ 0 & -3 & -1 & -52 \\ 0 & 1 & 19 & 148 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ 3F_3 + F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 52 \\ 0 & -3 & -1 & -52 \\ 0 & 0 & 56 & 392 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 15 + 7 = 52 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3y - 7 = -52 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 56z = 392 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 30 \\ y = 15 \\ z = 7 \end{array}}$$

Ejercicio 94 (2,5 *puntos*)

En un estudio del ciclo del sueño se monitoriza la fase NO-REM (es el momento del sueño que el cuerpo utiliza para descansar físicamente). Esta fase se divide a su vez en tres momentos: Fase I (adormecimiento), Fase II (sueño ligero) y Fase III (sueño profundo). Una persona dedica el 75 % de su sueño a la fase NO-REM. Además, el tiempo que dedica a la Fase II es el doble que el de la Fase I y III juntas. Por otro lado, a la Fase III se dedica el cuádruple que a la Fase I. Si una persona ha dormido 8 horas, ¿cuántos minutos dedica a las Fases I, II y III del cicle del sueño?

(Andalucía - Matemáticas II - Junio 2022 - Bloque B - Reserva)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Tiempo dedicado a la Fase I (minutos)”} \\ y &\equiv \text{“Tiempo dedicado a la Fase II (minutos)”} \\ z &\equiv \text{“Tiempo dedicado a la Fase III (minutos)”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z = 0{,}75\cdot 8\cdot 60 \\ y = 2\cdot(x+z) \\ z = 4x \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z = 360 \\ 2x - y + 2z = 0 \\ 4x - z = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 360 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 4F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 360 \\ 0 & -3 & 0 & -720 \\ 0 & -4 & -5 & -1440 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 240 + 96 = 360 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3y = -720 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -4\cdot 240 - 5z = -1440 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 24 \\ y = 240 \\ z = 96 \end{array}}$$

Ejercicio 95 (2,5 *puntos*)

La suma de los seguidores en una determinada red social de Alberto, Begoña y Carlos es de 13000 personas. Aunque Carlos perdiera una tercera parte de sus seguidores, todavía seguiría teniendo el doble de seguidores que tiene Alberto. Por otro lado, los seguidores de Alberto más la quinta parte de los seguidores de Begoña, son tantos como la mitad de los de Carlos. Calcula cuántos seguidores tiene cada uno.

(Andalucía - Matemáticas II - Julio 2022 - Bloque B - Reserva)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\text{o}} \text{ de seguidores de Alberto”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\text{o}} \text{ de seguidores de Begoña} \\ z &\equiv \text{“N}^{\text{o}} \text{ de seguidores de Carlos”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

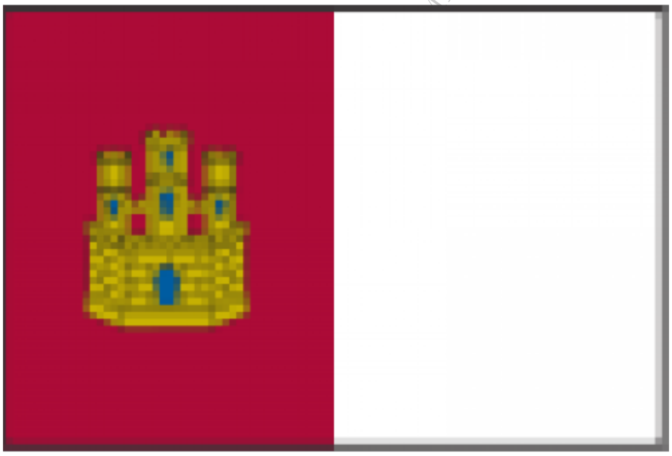
$$\begin{cases} x+y+z=13000 \\ z-\dfrac{z}{3}=2x \\ x+\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{2} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=13000 \\ 3x-z=0 \\ 10x+2y-5z=0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13000 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 10 & 2 & -5 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-3F_1 \\ F_3-10F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13000 \\ 0 & -3 & -4 & -39000 \\ 0 & -8 & -15 & -130000 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3-8F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13000 \\ 0 & -3 & -4 & -39000 \\ 0 & 0 & -13 & -78000 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x+5000+6000=13000 \\ \Rightarrow -3y-4\cdot 6000=-39000 \\ \Rightarrow -13z=-78000 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=2000 \\ y=5000 \\ z=6000 \end{array}}$$

Castilla-La Mancha



Ejercicio 96 (2,5 *puntos*)

a) *(1.5 puntos) Tres lápices, un cuaderno y una agenda han costado 5 euros, lo mismo que dos cuadernos y una agenda. ¿Podemos saber el precio de cada artículo si ninguno es gratis y en céntimos todos son múltiplos de 50?*

b) *(1 punto) Calcula razonadamente el siguiente límite:*

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^{\dfrac{x^2+1}{x}}$$

(Castilla-La Mancha - Matemáticas II - Junio 2022)

Solución.

a) Sean las incógnitas

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del lápiz (€)”} \\ y &\equiv \text{“Precio del cuaderno (€)”} \\ z &\equiv \text{“Precio de la agenda (€)”} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3x+y+z=5 \\ 2y+z=5 \end{cases} \begin{matrix} \Rightarrow 3x+\lambda+5-2\lambda=5 \\ \Rightarrow y=\lambda \\ \Rightarrow z=5-2\lambda \end{matrix} \begin{matrix} \Rightarrow & x=\lambda/3 \\ \Rightarrow & y=\lambda \\ \Rightarrow & z=5-2\lambda \end{matrix} \xrightarrow[\lambda=1{,}5\mu]{\lambda/3=0{,}5\mu} \begin{matrix} x=0{,}5\mu \\ y=1{,}5\mu, \ \mu\in\mathbb{N}^+ \\ z=5-3\mu \end{matrix}$$

Hemos expresado la solución del sistema como múltiplos de 50 céntimos, por lo que el parámetro μ es ahora un número natural. Probemos entonces con valores de $\mu > 0$, ya que los artículos no pueden ser gratis.

$$\text{Si } \mu=1 \implies \boxed{\begin{matrix} x=0{,}5 \\ y=1{,}5 \\ z=2 \end{matrix}} \qquad \& \qquad \text{Si } \mu=2 \implies \begin{matrix} x=1 \\ y=3 \\ \cancel{z=-1} \end{matrix}$$

Por lo tanto la única solución posible es que el lápiz vale 0,5 €, el cuaderno 1,5 € y la agenda 2 €.

b) $$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^{\dfrac{x^2+1}{x}} = [1^\infty] = e^{\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{x}\cdot\left(\frac{x+1}{x}-1\right)}$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{x}\cdot\left(\frac{\cancel{x}+1-\cancel{x}}{x}\right)} = e^{\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{x^2}} = e^{[\infty/\infty]} = e$$

Comunidad de Madrid

Ejercicio 97 (2 *puntos*)

Calcular las edades actuales de una madre y sus dos hijos sabiendo que hace 14 años la edad de la madre era 5 veces la suma de las edades de los hijos en aquel momento, que dentro de 10 años la edad de la madre será la suma de las edades que los hijos tendrán en ese momento y que cuando el hijo mayor tenga la edad actual de la madre, el hijo menor tendrá 42 años.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2002 - Opción A)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"Edad de la madre"} \\ y &\equiv \text{"Edad del hijo mayor"} \\ z &\equiv \text{"Edad del hijo menor"} \end{aligned}$$

Rellenamos la tabla de las edades teniendo en cuenta que cuando el hijo mayor tenga la edad actual de la madre habrán pasado $x - y$ años.

	Edad hoy	Hace 14 años	Dentro de 10 años	Dentro de $x - y$ años
Madre	x	$x - 14$	$x + 10$	$x + (x - y) = 2x - y$
Hijo mayor	y	$y - 14$	$y + 10$	$y + (x - y) = x$
Hijo menor	z	$z - 14$	$z + 10$	$z + (x - y) = x - y + z$

$$\begin{cases} x - 14 = 5 \cdot (y - 14 + z - 14) \\ x + 10 = y + 10 + z + 10 \\ x - y + z = 42 \end{cases} \implies \begin{cases} x - 5y - 5z = -126 \\ x - y - z = 10 \\ x - y + z = 42 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & -5 & -126 \\ 1 & -1 & -1 & 10 \\ 1 & -1 & 1 & 42 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & -5 & -126 \\ 0 & 4 & 4 & 136 \\ 0 & 4 & 6 & 168 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3 - F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & -5 & -126 \\ 0 & 4 & 4 & 136 \\ 0 & 0 & 2 & 32 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x - 5 \cdot 18 - 5 \cdot 16 = 126 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 4y + 4 \cdot 16 = 136 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 2z = 32 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 44 \\ y = 18 \\ z = 16 \end{array}}$$

Ejercicio 98 (2 *puntos*)

Un mayorista del sector turístico vende a la agencia de viajes A, 10 billetes a destinos nacionales, 10 billetes a destinos extranjeros europeos comunitarios, y 10 billetes a destinos internacionales no comunitarios, cobrando por todo ello 12000 euros. A una segunda agencia B le vende 10 billetes a destinos nacionales y 20 a destinos internacionales no comunitarios, y cobra 13000 euros. A una tercera agencia C le vende 10 billetes a destinos nacionales y 10 a destinos extranjeros europeos comunitarios, cobrando 7000 euros. Se pide:

a) (1.5 puntos) Hallar el precio de cada billete.

b) (0.5 puntos) Por razones de mercado, el mayorista se ve obligado a bajar un 20 % el precio de todos los billetes nacionales. Hallar en qué porcentaje debe incrementar el precio de todos los billetes extranjeros europeos comunitarios (suponiendo que mantiene constante el precio de todos los billetes internacionales no comunitarios) para mantener constantes sus ingresos totales por las ventas a las tres agencias.

(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2003 - Opción B)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{"Precio del billete a destinos nacionales"}$$
$$y \equiv \text{"Precio del billete a destinos europeos comunitarios"}$$
$$z \equiv \text{"Precio del billete a destinos europeos no comunitarios"}$$

$$\begin{cases} 10x + 10y + 10z = 12000 \\ 10x + 20z = 13000 \\ 10x + 10y = 7000 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 1200 \\ x + 2z = 1300 \\ x + y = 700 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1200 \\ 1 & 0 & 2 & 1300 \\ 1 & 1 & 0 & 700 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1200 \\ 0 & -1 & 1 & 100 \\ 0 & 0 & -1 & -500 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 400 + 500 = 1200 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y + 500 = 100 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -z = -500 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 300 \\ y = 400 \\ z = 500 \end{array}}$$

b) Si el precio de los billetes nacionales baja un 20 % dejaría de ingresar $0{,}2 \cdot 300 = 60$ euros por cada billete que venda. Entre las tres agencias vende 30 billetes, lo que supone una pérdida de $30 \cdot 60 = 1800$ euros que tendrá que compensar con la subida del precio de los billetes europeos comunitarios. Como de este tipo vende en total 20 billetes debe subir cada uno $1800/20 = 90$ euros, lo que supone una subida del:

$$400 \cdot (1 + i) = 490 \Longrightarrow i = 0{,}225 \Longrightarrow 22{,}5\,\%$$

Ejercicio 99 (2 *puntos*)

El cajero automático de una determinada entidad bancaria sólo admite billetes de 50*, de* 20 *y de* 10 *euros. Los viernes depositan en el cajero* 225 *billetes por un importe total de* 7000 *euros. Averiguar el número de billetes de cada valor depositado, sabiendo que la suma del número de billetes de* 50 *y de* 10 *euros es el doble que el número de billetes de* 20 *euros.*

(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2008 - Opción B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"Nº de billetes de 50 euros"} \\ y &\equiv \text{"Nº de billetes de 20 euros"} \\ z &\equiv \text{"Nº de billetes de 10 euros"} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+y+z=225 \\ 50x+20y+10z=7000 \\ x+z=2y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=225 \\ 5x+2y+z=700 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 225 \\ 5 & 2 & 1 & 700 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-5F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 225 \\ 0 & -3 & -4 & -425 \\ 0 & -3 & 0 & -225 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ \\ F_3-F_2 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 225 \\ 0 & -3 & -4 & -425 \\ 0 & 0 & 4 & 200 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+75+50=225 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3y-4\cdot 50=-425 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 40z=20 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=100 \\ y=75 \\ z=50 \end{array}}$$

Ejercicio 100 (2 *puntos*)

Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado 22 euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de 14 euros. Se pide:

a) (1 punto) Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.

b) (1 punto) Calcular lo que deberíamos pagar si adquirimos ocho cuadernos y tres rotuladores.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2014 - Opción B)

Solución.

a) Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"Precio de un cuaderno"} \\ y &\equiv \text{"Precio de un rotulador"} \\ z &\equiv \text{"Precio de un bolígrafo"} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 5x + 2y + 3z = 22 \\ 2x + y + 6z = 14 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 3 & 22 \\ 2 & 1 & 6 & 14 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ 5F_2 - 2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 3 & 22 \\ 0 & 1 & 24 & 26 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 5x + 2\cdot(26 - 24\lambda) + 3\lambda = 22 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y - 24\lambda = 26 & \Rightarrow \\ \Rightarrow z = \lambda & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = -6 + 9\lambda \\ y = 26 - 24\lambda \\ z = \lambda \end{array}}$$

b) $8x + 3y = 8\cdot(-6 + 9\lambda) + 3\cdot(26 - 24\lambda) = 30$ euros

Ejercicio 101 (2 *puntos*)

Cierta fundación ha destinado 247000 euros para la dotación de 115 becas de estudios. El importe de cada beca es de 3000 euros, si el estudiante cursa un grado universitario; de 2000 euros, si cursa formación profesional y de 1500 euros, si realiza estudios de postgrado. Sabiendo que la fundación ha concedido doble número de becas de formación profesional que de postgrado, ¿cuántas becas ha concedido a cada nivel de estudios?

(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2016 - Opción A)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"Nº becas a estudiantes de grado universitario"} \\ y &\equiv \text{"Nº becas a estudiantes de formación profesional"} \\ z &\equiv \text{"Nº becas a estudiantes de postgrado"} \end{aligned}$$

El sistema de ecuaciones será:

$$\begin{cases} x+y+z=115 \\ 3000x+2000y+1500z=247000 \\ y=2z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=115 \\ 6x+4y+3z=494 \\ y-2z=0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 115 \\ 6 & 4 & 3 & 494 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-6F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 115 \\ 0 & -2 & -3 & -196 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 2F_3+F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 115 \\ 0 & -2 & -3 & -196 \\ 0 & 0 & -7 & -196 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+56+28=115 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y-3\cdot 28=-196 & \Rightarrow \\ -7z=-196 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=31 \\ y=56 \\ z=28 \end{array}}$$

Ejercicio 102 (2 *puntos*)

> *A un florista le han encargado preparar 5 ramos iguales para cinco eventos. El precio total acordado es de 610 euros. Ha decidido emplear rosas, tulipanes y lilas. Cada ramo llevará un total de 24 flores y el número de rosas empleado doblará al número total de flores de otras especies. ¿Cuál es el número de flores de cada tipo que usará en cada ramo sabiendo que cada rosa cuesta 6 euros, cada tulipán cuesta 4 y cada lila 3?*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2017 - Opción B)*

Solución.

Sean las incógnitas

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de rosas de cada ramo"} \\ y &\equiv \text{"N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de tulipanes de cada ramo"} \\ z &\equiv \text{"N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de lilas de cada ramo"} \end{aligned}$$

El sistema de ecuaciones queda:

$$\begin{cases} x + y + z = 24 \\ x = 2 \cdot (y + z) \\ 5 \cdot (6x + 4y + 3z) = 610 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 14 \\ x - 2y - 2z = 0 \\ 6x + 4y + 3z = 122 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 24 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \\ 6 & 4 & 3 & 122 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - 6F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 24 \\ 0 & -3 & -3 & -24 \\ 0 & -2 & -3 & -22 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3 - 2F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 24 \\ 0 & -3 & -3 & -24 \\ 0 & 0 & -3 & -18 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow\ x + 2 + 6 = 24 \\ \Rightarrow\ -3y - 3 \cdot 6 = -24 \\ \Rightarrow\ -3z = -18 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 16 \\ y = 2 \\ z = 6 \end{array}}$$

Ejercicio 103 (2 *puntos*)

> *En un supermercado tienen tres artículos con ofertas por la compra de una segunda unidad. La segunda unidad del artículo A tiene un descuento del 60 %, la segunda unidad del artículo B tiene un descuento del 75 %, mientras que la segunda unidad del artículo C se oferta con un descuento del 50 %. Si un cliente compra un artículo de cada clase y, por lo tanto, no se beneficia de descuento alguno, debe pagar 26 euros. Si compra dos artículos de cada clase pagará 35,20 euros. Finalmente, si no adquiere el artículo A, pagará lo mismo comprando dos unidades de B y una de C que si compra dos unidades de C y una de B. Determínese el precio de cada artículo.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción A - Coincidentes)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"Precio del artículo } A \text{ (€)"} \\ y &\equiv \text{"Precio del artículo } B \text{ (€)"} \\ z &\equiv \text{"Precio del artículo } C \text{ (€)"} \end{aligned}$$

Los precios de la segunda unidad de cada producto serán:

$$\begin{cases} \text{A tiene un descuento del } 60\,\% & \to\ x\cdot(1-0{,}6)=0{,}4x \\ \text{B tiene un descuento del } 75\,\% & \to\ x\cdot(1-0{,}75)=0{,}25y \\ \text{C tiene un descuento del } 50\,\% & \to\ x\cdot(1-0{,}5)=0{,}5z \end{cases}$$

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=26 \\ 1{,}4x+1{,}25y+1{,}5z=35{,}2 \\ 1{,}25y+z=y+1{,}5z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=26 \\ 140x+125y+150z=3520 \\ 0{,}25y-0{,}5z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=26 \\ 28x+25y+30z=704 \\ y-2z=0 \end{cases}$$

Resolvemos por el método de Gauss

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 26 \\ 28 & 25 & 30 & 704 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-28F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 26 \\ 0 & -3 & 2 & -24 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3+F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 26 \\ 0 & -3 & 2 & -24 \\ 0 & 0 & -4 & -24 \end{array}\right) \begin{array}{r} \Rightarrow \quad x+12+6=26 \\ \Rightarrow \quad -3y+2\cdot 6=-24 \\ \Rightarrow \quad -4z=-24 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=8 \\ y=12 \\ z=6 \end{array}}$$

Ejercicio 104 (2 *puntos*)

Se dispone de tres aleaciones A, B y C que contienen, entre otros metales, oro y plata en las proporciones indicadas en la tabla adjunta.

	Oro(%)	Plata(%)
A	100	0
B	75	15
C	60	22

Se quiere obtener un lingote de 25 gramos con una proporción del 72 % de oro y na proporción del 16 % de plata, tomando x gramos de A, y gramos de B y z gramos de C. Determínense las cantidades x, y, z.

(Madrid - Matemáticas II - Septiembre 2017 - Opción A)

Solución.

El lingote tendrá $0{,}72 \cdot 25 = 18$ gramos de oro y $0{,}16 \cdot 25 = 4$ gramos de plata. Teniendo en cuenta las proporciones de la tabla escribimos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + z = 25 \\ x + 0{,}75y + 0{,}6z = 18 \\ 0{,}15y + 0{,}22z = 4 \end{cases} \implies \begin{cases} x + y + z = 25 \\ 20x + 15y + 12z = 360 \\ 15y + 22z = 400 \end{cases}$$

$$A \mid A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 25 \\ 20 & 15 & 12 & 360 \\ 0 & 15 & 22 & 400 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 20F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 25 \\ 0 & -5 & -8 & -140 \\ 0 & 15 & 22 & 400 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 + 3F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 25 \\ 0 & -5 & -8 & -140 \\ 0 & 0 & -2 & -20 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x + 12 + 10 = 25 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -5y - 8 \cdot 10 = -140 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2z = -20 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 3 \\ y = 12 \\ z = 10 \end{array}}$$

Ejercicio 105 (2,5 *puntos*)

> *Un grupo de estudiantes ha realizado un viaje por tres países (Francia, Alemania y Suiza). En los hoteles cada estudiante ha pagado:* 20 *euros diarios en Francia,* 25 *euros diarios en Alemania y* 30 *euros diarios en Suiza. En comidas cada uno ha gastado:* 20 *euros diarios en Francia,* 15 *euros diarios en Alemania y* 25 *euros diarios en Suiza. Además, el transportista les ha cobrado* 8 *euros diarios a cada uno. Sabiendo que el gasto total del viaje ha sido* 765 *euros por persona, que ha durado* 15 *días y que han estado en Francia el doble de días que en Suiza, obtenga el número de días que han estado en cada uno de los tres países.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Julio 2018 - Opción B)*

Solución. Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{"Número de días de estancia en Francia"}$$
$$y \equiv \text{"Número de días de estancia en Alemania"}$$
$$z \equiv \text{"Número de días de estancia en Suiza"}$$

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=15 \\ x=2z \\ x\cdot(20+20)+y\cdot(25+15)+z\cdot(30+25)+8\cdot 15=765 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=15 \\ x-2z=0 \\ 8x+8y+11z=129 \end{cases}$$

Resolvemos por el método de Gauss

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \\ 8 & 8 & 11 & 129 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-F_1 \\ F_3-8F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15 \\ 0 & -1 & -3 & -15 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+6+3=15 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y-3\cdot 3=-15 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 3z=9 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=6 \\ y=6 \\ z=3 \end{array}}$$

—————— ○ ——————

Ejercicio 106 (2,5 *puntos*)

Una estudiante pidió en la cafetería 3 bocadillos, 2 refrescos y 2 bolsas de patatas y pagó un total de 19 euros. Al mirar la cuenta comprobó que le habían cobrado un bocadillo y una bolsa de patatas de más. Reclamó y le devolvieron 4 euros.
Para compensar el error, el vendedor le ofreció llevarse un bocadillo y un refresco por solo 3 euros, lo que suponía un descuento del 40 % respecto a sus precios originales. ¿Cuáles eran los respectivos precios sin descuento de un bocadillo, de un refresco y de una bolsa de patatas?

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2019 - Opción B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"Precio de un bocadillo (€)"} \\ y &\equiv \text{"Precio de un refresco (€)"} \\ z &\equiv \text{"Precio de una bolsa de patatas (€)"} \end{aligned}$$

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x+2y+2z=15 \\ x+z=4 \\ x+y={}^{3}/_{0,6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y+2z=15 \\ x+z=4 \\ x+y=5 \end{cases}$$

Resolvemos por el método de Gauss

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 2 & 15 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 5 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_1 \leftrightarrow F_3 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 & 15 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - 3F_1 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+2=5 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y+1=-1 & \Rightarrow \\ \Rightarrow z=1 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=3 \\ y=2 \\ z=1 \end{array}}$$

Ejercicio 107 (2,5 *puntos*)

La aerolínea Air, para uno de sus vuelos, ha puesto a la venta 12 plazas de Clase Preferente (P), a 250 euros cada una, 36 plazas de Clase Turista (T), a 150 euros cada una, y 72 plazas de Clase Económica (E), a 100 euros cada una. Se sabe que ha vendido el 90 % del total de las plazas, recaudando un importe de 13800 euros.

a) (0.25 puntos) Determine el número total de plazas vendidas.

b) (2.25 puntos) Sabiendo que se han vendido el triple de plazas de clase (T) que de clase (P), obtenga el número de billetes vendidos de cada clase y cuánto dinero se ha recaudado de cada clase.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2019 - Opción A - Coincidentes)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"Nº de billetes vendidos de la clase (P)"} \\ y &\equiv \text{"Nº de billetes vendidos de la clase (T)"} \\ z &\equiv \text{"Nº de billetes vendidos de la clase (E)"} \end{aligned}$$

a) Número de plazas vendidas $= 0{,}9 \cdot (12 + 36 + 72) = 108$

b) Escribimos el sistema de ecuaciones teniendo en cuenta que se han vendido 108 plazas, que la recaudación ha sido de 13800€ y que se han vendido el triple de (T) que de (P).

$$\begin{cases} x + y + z = 108 \\ 250x + 150y + 100z = 13800 \\ y = 3x \end{cases}$$

$$A \mid A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 108 \\ 250 & 150 & 100 & 13800 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \frac{1}{50}F_2 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 108 \\ 5 & 3 & 2 & 276 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 5F_1 \\ F_3 - 3F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 108 \\ 0 & -2 & -3 & -264 \\ 0 & -4 & -3 & -324 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 2F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 108 \\ 0 & -2 & -3 & -264 \\ 0 & 0 & 3 & 204 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 30 + 68 = 108 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y - 3 \cdot 68 = -264 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 3z = 204 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 10 \\ y = 30 \\ z = 68 \end{array}}$$

Ejercicio 108 (2,5 *puntos*)

Se quiere construir un invernadero para el cultivo de semillas con ambiente controlado de temperatura, humedad y composición del aire. El aire que hay que suministrar debe contener un 78 % de nitrógeno, un 21 % de oxígeno y un 1 % de argón.

a) (0.5 puntos) Si la capacidad del invernadero es 2000 litros, determínese cuántos litros de nitrógeno, cuántos de oxígeno y cuántos de argón son necesarios.

b) (2 puntos) Para suministrar el aire se dispone de tres mezclas gaseosas A, B y C, cuya composición se expresa en la tabla adjunta. Obtenga la cantidad que hay que utilizar de cada mezcla para llenar el invernadero de aire con la composición requerida.

Mezcla	*Nitrógeno*	*Oxígeno*	*Argón*
A	80 %	20 %	0 %
B	70 %	20 %	10 %
C	60 %	40 %	0 %

(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2020 - Opción A)

Solución.

a)

$$\ell \text{ nitrógeno} = 0{,}78 \cdot 2000 = 1560$$
$$\ell \text{ oxígeno} = 0{,}21 \cdot 2000 = 420$$
$$\ell \text{ argón} = 0{,}01 \cdot 2000 = 20$$

b) Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{Litros de de la mezcla A}$$
$$y \equiv \text{Litros de de la mezcla B}$$
$$z \equiv \text{Litros de de la mezcla C}$$

Para determinar el sistema de ecuaciones vamos a decir que la cantidad de cada uno de los gases ha de ser la obtenida en el apartado anterior.

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}8x + 0{,}7y + 0{,}6z = 1560 \\ 0{,}2x + 0{,}2y + 0{,}4z = 420 \\ 0{,}1y = 20 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} 2x + 2y + 4z = 4200 \\ y = 200 \\ 8x + 7y + 6z = 15600 \end{array}\right\}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 4 & 4200 \\ 0 & 1 & 0 & 200 \\ 8 & 7 & 6 & 15600 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 4F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 4 & 4200 \\ 0 & 1 & 0 & 200 \\ 0 & -1 & -10 & -1200 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 + F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 4 & 4200 \\ 0 & 1 & 0 & 200 \\ 0 & 0 & -10 & -1000 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 2x + 2 \cdot 200 + 4 \cdot 100 = 4200 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y = 200 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -10z = -1000 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{l} x = 1700 \\ y = 200 \\ z = 100 \end{array}}$$

w

Ejercicio 109 (2,5 *puntos*)

Según informa la Asociación Empresarial de Acuicultura de España, durante el año 2016 se comercializaron en España doradas, lubinas y rodaballos por un total de 275,8 millones de euros. En dicho informe figura que se comercializaron un total de 13740 toneladas de doradas y 23440 toneladas de lubinas. En cuanto a los rodaballos, se vendieron 7400 toneladas por un valor de 63,6 millones de euros. Sabiendo que el kilo de dorada fue 11 céntimos más caro que el kilo de lubina, se pide calcular el precio del kilo de cada uno de los tres tipos de pescado anteriores.

(Madrid - Matemáticas II - Julio 2020 - Opción B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{"Precio del kilo de dorada (euros)"}$$
$$y \equiv \text{"Precio del kilo de lubina (euros)"}$$
$$z \equiv \text{"Precio del kilo de rodaballo (euros)"}$$

Escribimos las ecuaciones, teniendo en cuenta que expresamos las cantidades en miles de kilos y el precio en miles de euros.

$$\begin{cases} 13740x + 23440y + 7400z = 275800 \\ x = y + 0{,}11 \\ 7400z = 63600 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 13740 & 23440 & 7400 & 275800 \\ 1 & -1 & 0 & 0{,}11 \\ 0 & 0 & 7400 & 63600 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 13740 & 23440 & 7400 & 275800 \\ 0 & -37180 & -7400 & -274288{,}6 \\ 0 & 0 & 7400 & 63600 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow 13740x + 23440 \cdot 5{,}6667 + 7400 \cdot 8{,}5946 = 275800 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -37180y - 7400 \cdot 8{,}5946 = -274288{,}6 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 7400z = 63600 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 5{,}7767 \\ y = 5{,}6667 \\ z = 8{,}5946 \end{array}}$$

Ejercicio 110 (2,5 *puntos*)

> *Tres hermanos quieren repartirse de forma equitativa un total de 540 acciones valoradas en 1560 euros, que corresponden a tres empresas A, B y C. Sabiendo que el valor actual en bolsa de la acción A es el triple que el de B y la mitad que el de C, que el número de acciones de C es la mitad que el de B y que el actual valor en bolsa de la acción B es 1 euro, encuentre el número de cada tipo de acción que le corresponde a cada hermano.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Junio 2021 - Opción A)*

Solución.

Calcularemos los precios de cada una de las acciones que llamaremos a, b y c.

$$b = 1 \qquad \& \qquad a = 3b \implies a = 3 \qquad \& \qquad a = \frac{c}{2} \implies c = 6$$

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"N}^{\text{o}}\text{ de acciones de la empresa A"} \\ y &\equiv \text{"N}^{\text{o}}\text{ de acciones de la empresa B"} \\ z &\equiv \text{"N}^{\text{o}}\text{ de acciones de la empresa C"} \end{aligned}$$

Escribimos el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + z = 540 \\ 3x + y + 6z = 1560 \\ z = \frac{y}{2} \end{cases} \implies \begin{cases} x + y + z = 540 \\ 3x + y + 6z = 1560 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 540 \\ 3 & 1 & 6 & 1560 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 3F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 540 \\ 0 & -2 & 3 & -60 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 2F_3 + F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 540 \\ 0 & -2 & 3 & -60 \\ 0 & 0 & -1 & -60 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x + 120 + 60 = 540 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow -2y + 3 \cdot 60 = -60 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow -z = -60 \quad \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 360 \\ y = 120 \\ z = 60 \end{array}}$$

Para obtener un reparto equitativo de las acciones daremos un tercio a cada hermano, es decir: 120 acciones de A, 40 acciones de B y 20 de C.

Ejercicio 111 (2,5 *puntos*)

> *Una tienda* online *de productos* gourmet *elabora tres tipos de cafés exclusivos, el Gold Cuvée (a* 7,85 *euros/kg), el Paradiso (a* 13,3 *euros/kg) y el Cremissimo (a* 24,85 *euros/kg). Para ello utiliza solo dos tipos de grano, el Arábica y el Robusta. El Gold Cuvée tiene un* 90 % *de grano tipo Arábica, el Paradiso un* 85 % *y el Cremissimo un* 80 %.
> *A lo largo de un mes han necesitado utilizar* 27,1 *kg de grano del tipo Robusta para atender todos los pedidos y han ingresado un total de* 3112,5 *euros. Sabiendo que se ha vendido doble cantidad de café Cremissimo que de las otras dos especialidades juntas, se pide calcular los kilogramos de grano del tipo Arábica que se han utilizado a lo largo de ese mes.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Junio 2021 - Opción B - Coincidentes)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{"Kg de café Gold Cuvée"} \\ y &\equiv \text{"Kg de café Paradiso"} \\ z &\equiv \text{"Kg de café Cremissimo"} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos las ecuaciones:

$$\begin{cases} 0{,}1x + 0{,}15y + 0{,}2z = 27{,}1 \\ 7{,}85x + 13{,}3y + 24{,}85z = 3112{,}5 \\ z = 2 \cdot (x + y) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x + 3y + 4z = 542 \\ 157x + 266y + 497z = 62250 \\ 2x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & 3 & 4 & 542 \\ 157 & 266 & 497 & 62250 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ 2F_2 - 157F_1 \\ F_3 - F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & 3 & 4 & 542 \\ 0 & 61 & 366 & 39406 \\ 0 & -1 & -5 & -542 \end{array}\right)$$

$$\begin{bmatrix} \\ \\ 61F_3 + F_2 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 2 & 3 & 4 & 542 \\ 0 & 61 & 366 & 39406 \\ 0 & 0 & 61 & 6344 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 2x + 3 \cdot 22 + 4 \cdot 104 = 542 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 61y + 366 \cdot 104 = 39406 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 61z = 6344 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 30 \\ y = 22 \\ z = 104 \end{array}}$$

Los kg de grano tipo Arabica utilizados serán:

$$0{,}9x + 0{,}85y + 0{,}8z = 0{,}9 \cdot 30 + 0{,}85 \cdot 22 + 0{,}8 \cdot 104 = 128{,}9\ kg$$

Ejercicio 112 (2,5 *puntos*)

> *Tres amigas, Sara, Cristina y Jimena, tienen un total de* 15000 *seguidores en una red social. Si Jimena perdiera el* 25 % *de sus seguidores todavía tendría el triple de seguidores que Sara. Además, la mitad de los seguidores de Sara más la quinta parte de los de Cristina suponen la cuarta parte de los seguidores de Jimena. Calcule cuántos seguidores tiene cada una de las tres amigas.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Julio 2021 - Opción A)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{"Nº de seguidores de Sara"}$$
$$y \equiv \text{"Nº de seguidores de Cristina"}$$
$$z \equiv \text{"Nº de seguidores de Jimena"}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=15000 \\ 0{,}75z=3x \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{4} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=15000 \\ 12x-3z=0 \\ 10x+4y-5z=0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15000 \\ 12 & 0 & -3 & 0 \\ 10 & 4 & -5 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-12F_1 \\ F_3-10F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15000 \\ 0 & -12 & -15 & -180000 \\ 0 & -6 & -15 & -150000 \end{array}\right)$$

$$\sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 2F_3-F_2 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15000 \\ 0 & -12 & -15 & -180000 \\ 0 & 0 & -15 & -120000 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+5000+8000=15000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -12y-15\cdot 8000=-180000 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -15z=-120000 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=2000 \\ y=5000 \\ z=8000 \end{array}}$$

Ejercicio 113 (2,5 *puntos*)

> *En una academia de idiomas se imparten clases de inglés, francés y alemán. Cada alumno está matriculado en un único idioma. El número de alumnos matriculados en inglés representa el 60 % del total de alumnos de la academia. Si diez alumnos de francés se hubiesen matriculado en alemán, ambos idiomas tendrían el mismo número de alumnos. Además, la cuarta parte de los alumnos de inglés excede en ocho al doble de la diferencia entre los alumnos matriculados en francés y alemán. Calcule el número de alumnos matriculados en cada idioma.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Modelo 2022 - Opción A)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{"Nº de alumnos matriculados en } \textbf{inglés}\text{"}$$
$$y \equiv \text{"Nº de alumnos matriculados en } \textbf{francés}\text{"}$$
$$z \equiv \text{"Nº de alumnos matriculados en } \textbf{alemán}\text{"}$$

$$\begin{cases} x = 0{,}6 \cdot (x+y+z) \\ y - 10 = z + 10 \\ \dfrac{x}{4} = 2 \cdot (y-z) + 8 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x - 3y - 3z = 0 \\ y - z = 20 \\ x - 8y + 8z = 32 \end{cases}$$

$$A/A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 20 \\ 1 & -8 & 8 & 32 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 2F_3 - F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 20 \\ 0 & -13 & 19 & 64 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 + 13F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 20 \\ 0 & 0 & 6 & 324 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow 2x - 3 \cdot 74 - 3 \cdot 54 = 0 & \Rightarrow \\ \Rightarrow y - 54 = 20 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 6z = 324 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 192 \\ y = 74 \\ z = 54 \end{array}}$$

Ejercicio 114 (2,5 *puntos*)

Tres primos, Pablo, Alejandro y Alicia, se van a repartir un premio de 9450 euros de forma directamente proporcional a sus edades. La suma de las edades de Pablo y Alejandro excede en tres años al doble de la edad de Alicia. Además, la edad de los tres primos juntos es de 45 años. Sabiendo que en el reparto del premio la diferencia entre lo que recibe Pablo y lo que recibe Alicia es de 420 euros, calcule las edades de los tres primos y el dinero que recibe cada uno por el premio.

(Madrid - Matemáticas II - Junio 2022 - Opción B)

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Edad de Pablo”} \\ y &\equiv \text{“Edad de Alejandro”} \\ z &\equiv \text{“Edad de Alicia”} \end{aligned}$$

En el reparto proporcional a las edades, cada primo recibirá $\dfrac{9450}{45} = 210$ euros por cada año que tenga.

$$\begin{cases} x+y+z=45 \\ x+y=2z+3 \\ 210x-210z=420 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=45 \\ x+y-2z=3 \\ x-z=2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 45 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 45 \\ 0 & 0 & -3 & -42 \\ 0 & -1 & -1 & -43 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x+29+14=45 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3z=-42 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y-2\cdot 14=-43 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=16 \\ y=15 \\ z=14 \end{array}}$$

Por lo que el reparto será:

$$\begin{aligned} \text{Pablo} &\Longrightarrow 16\cdot 210 = 3360 \text{ euros} \\ \text{Alejandro} &\Longrightarrow 15\cdot 210 = 3150 \text{ euros} \\ \text{Alicia} &\Longrightarrow 14\cdot 210 = 2940 \text{ euros} \end{aligned}$$

Ejercicio 115 (2,5 *puntos*)

> *En una estantería de una biblioteca hay ensayos, novelas y biografías. Tres de cada dieciséis libros de la estantería son ensayos. Las biografías junto con la tercera parte de los ensayos exceden en dos las novelas. Si retiráramos la mitad de los ensayos y la quinta parte de las novelas quedarían ciento cinco libros. Calcule el número de libros de cada clase que hay en la estantería.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Julio 2022 - Opción A)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$x \equiv \text{“El libro es un ensayo”}$$
$$y \equiv \text{“El libro es una novela”}$$
$$z \equiv \text{“El libro es una biografía”}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{3}{16}\cdot(x+y+z) \\ z + \dfrac{x}{3} = 2 + y \\ x+y+z-\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{5}\right) = 105 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13x-3y-3z=0 \\ x-3y+3z=6 \\ 5x+8y+10z=1050 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-3y+3z=6 \\ 13x-3y-3z=0 \\ 5x+8y+10z=1050 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 3 & 6 \\ 13 & -3 & -3 & 0 \\ 5 & 8 & 10 & 1050 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 13F_1 \\ F_3 - 5F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 3 & 6 \\ 0 & 36 & -42 & -78 \\ 0 & 23 & -5 & 1020 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 36F_3 - 23F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 3 & 6 \\ 0 & 36 & -42 & -78 \\ 0 & 0 & -786 & -38514 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x - 3\cdot 55 + 3\cdot 49 = 6 \;\Rightarrow \\ \Rightarrow 36y - 42\cdot 49 = -78 \;\Rightarrow \\ \Rightarrow -786z = -38514 \;\Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 24 \\ y = 55 \\ z = 49 \end{array}}$$

Ejercicio 116 (2,5 *puntos*)

> *Los precios de las entradas para un musical son* 8 *euros para los asistentes menores de* 18 *años,* 25 *euros para los adultos de menos de* 60 *años, y* 10 *euros para aquellos de al menos* 60 *años. Tras el concierto, se sabe que se han vendido tantas entradas de* 25 *euros como de las otras dos categorías juntas; y también que ha habido* 9 *asistentes menores de edad por cada uno de aquellos de al menos* 60 *años. Si la recaudación final fue de* 8300 *euros, calcule el número de asistentes de cada rango de edad.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Julio 2022 - Opción B - Coincidentes)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de asistentes de menos de 18 años”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de adultos de menos de 60 años”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\underline{\text{o}}}\text{ de adultos mayores de 60 años”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} y = x + z \\ x = 9z \\ 8x + 25y + 10z = 8300 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - 9z = 0 \\ 8x + 25y + 10z = 8300 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -9 & 0 \\ 8 & 25 & 10 & 8300 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - F_1 \\ F_3 - 8F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -10 & 0 \\ 0 & 33 & 2 & 8300 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3 - 33F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 332 & 8300 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x - 250 + 25 = 0 \\ \Rightarrow y - 10 \cdot 25 = 0 \\ \Rightarrow 332z = 8300 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 225 \\ y = 250 \\ z = 25 \end{array}}$$

Ejercicio 117 (2,5 *puntos*)

> *En una obra, para transportar la tierra extraída para la construcción de los cimientos de un edificio, se usan tres tipos de camiones diferentes A, B y C. Los camiones de tipo A tienen una capacidad de 14 toneladas, los de tipo B, de 21 toneladas y los de tipo C, de 28 toneladas. Habría que traer un camión más de tipo A para igualar al número de camiones restantes. El 10 % de la capacidad de todos los camiones tipo B supone un séptimo de la de los de mayor tonelaje. Hoy, realizando un único viaje cada camión a máxima capacidad, se han extraído de la obra 302 toneladas de tierra. ¿Cuánta tierra ha sido transportada hoy por los camiones de cada tipo?*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Junio 2023 - Opción A)*

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Nº de camiones tipo } A\text{”} \\ y &\equiv \text{“Nº de camiones tipo } B\text{”} \\ z &\equiv \text{“Nº de camiones tipo } C\text{”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+1=y+z \\ 0{,}1\cdot 24y=\dfrac{1}{7}\cdot 28z \\ 14x+24y+28z=302 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x-y-z=-1 \\ 3y-5z=0 \\ 7x+12y+14z=151 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -5 & 0 \\ 7 & 12 & 14 & 151 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ F_3-7F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -5 & 0 \\ 0 & 19 & 21 & 158 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 3F_3-19F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 158 & 474 \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow x-5-3=-1 \\ \Rightarrow 3y-3\cdot 5=0 \\ \Rightarrow 158z=474 \end{array} \begin{array}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x=7 \\ y=5 \\ z=3 \end{array}}$$

Hoy se han transportado:

$$\begin{aligned} &\text{Camiones tipo } A\text{:} && 7\cdot 14=98 \text{ toneladas} \\ &\text{Camiones tipo } B\text{:} && 5\cdot 24=120 \text{ toneladas} \\ &\text{Camiones tipo } C\text{:} && 3\cdot 28=84 \text{ toneladas} \end{aligned}$$

Ejercicio 118 (2,5 *puntos*)

> *Un dietista veterinario ha establecido la alimentación diaria (en términos de grasas, carbohidratos y proteínas) de un quebrantahuesos pirenaico que se ha recogido en el hogar de recuperación de fauna en el que trabaja. Se sabe que el quebrantahuesos necesita* 500 *g de alimento al día y que necesita* 2500 *Kcal. También se sabe que cada gramo de grasa proporciona* 9 *Kcal, cada gramo de carbohidratos* 4 *Kcal y cada gramo de proteínas* 4 *Kcal. Debido a que el ave ha llegado en un estado de debilidad, el veterinario estima que el consumo de carbohidratos debe ser* 40 *g más del doble de proteínas. Determine la cantidad de kilocalorías diaria que obtendrá el quebrantahuesos procedentes de grasas, de carbohidratos y de proteínas.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Junio 2023 - Opción B - Coincidentes)*

Solución.

Sean los sucesos:

$$x \equiv \text{“Cantidad de grasas en la dieta (gr)”}$$
$$y \equiv \text{“Cantidad de carbohidratos en la dieta (gr)”}$$
$$z \equiv \text{“Cantidad de proteínas en la dieta (gr)”}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} x+y+z=500 \\ 9x+4y+4y=2500 \\ y=2z+40 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y+z=500 \\ 9x+4y+4y=2500 \\ y-2z=40 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 9 & 4 & 4 & 2500 \\ 0 & 1 & -2 & 40 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2-9F_1 \\ \\ \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 0 & -5 & -5 & -2000 \\ 0 & 1 & -2 & 40 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ \\ 5F_3+F_2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 0 & -5 & -5 & -2000 \\ 0 & 0 & -15 & -1800 \end{array}\right) \begin{array}{ll} \Rightarrow x+280+120=500 & \Rightarrow \quad x=100 \\ \Rightarrow -5y-5\cdot 120=-2000 & \Rightarrow \quad y=280 \\ \Rightarrow -15z=-1800 & \Rightarrow \quad z=120 \end{array}$$

Luego la cantidad de kilocalorías que aporta cada alimento será:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{Grasa} & \rightarrow 9\cdot 100 = 900\ Kcal \\ \text{Carbohidratos} & \rightarrow 4\cdot 280 = 1120\ Kcal \\ \text{Proteínas} & \rightarrow 4\cdot 120 = 480\ Kcal \end{array}}$$

Ejercicio 119 (2,5 *puntos*)

> *Una empresa conservera fabrica latas de macedonia de frutas (melocotón, pera y piña) de 1 kg. Las latas contienen 750 gramos de fruta y el resto es agua y azúcar. Si la empresa utiliza la misma cantidad de todas las frutas, el coste en fruta por lata para la conservera es de 1,8 euros y, si utiliza 0,25 kg de melocotón y 100 gramos más de piña que de pera, el coste en fruta por lata es de 1,9 euros. Si la empresa paga 18000 euros por un lote compuesto de 3000 kg de melocotón, 3000 kg de pera y 2000 kg de piña, calcule el coste para la empresa de cada kg de melocotón, de pera y de piña.*
>
> *(Madrid - Matemáticas II - Julio 2023 - Opción B - Coincidentes)*

Solución.

Sean los sucesos:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“Precio del melocotón €/kg”} \\ y &\equiv \text{“Precio del pera €/kg”} \\ z &\equiv \text{“Precio del piña €/kg”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} 0{,}25x + 0{,}25y + 0{,}25z = 1{,}8 \\ 0{,}25x + 0{,}2y + 0{,}3z = 1{,}9 \\ 3000x + 3000y + 2000z = 18000 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 7{,}2 \\ 5x + 4y + 6z = 38 \\ 3x + 3y + 2z = 18 \end{cases}$$

En la segunda condición tenemos que si de melocotón hay 250 gramos, entre la pera y la piña tiene que haber 500 gramos. Si de piña hay 100 gramos más que de pera:

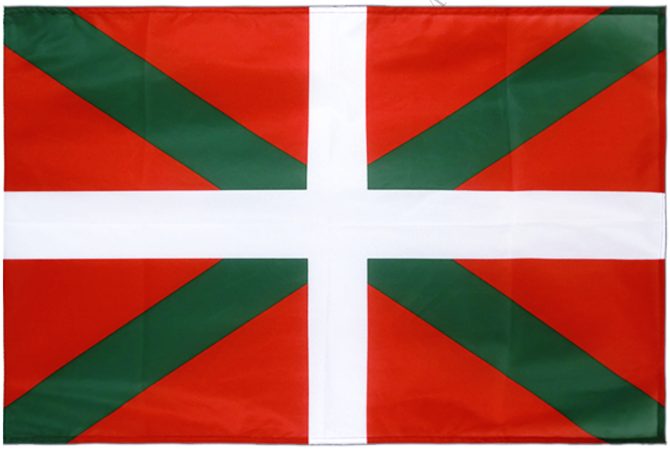
$$\begin{cases} \text{pera} + \text{piña} = 500 \\ \text{piña} = \text{pera} + 100 \end{cases} \Longrightarrow \text{pera} + \text{pera} + 100 = 500 \Longrightarrow \begin{cases} \text{pera} = 200\ gr \\ \text{piña} = 300\ gr \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 7{,}2 \\ 5 & 4 & 6 & 38 \\ 3 & 3 & 2 & 18 \end{array}\right) \sim \begin{bmatrix} \\ F_2 - 5F_1 \\ F_3 - 3F_1 \end{bmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 7{,}2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -3{,}6 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lc} \Rightarrow x + 1{,}6 + 3{,}6 = 7{,}2 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -y + 3{,}6 = 2 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -z = -3{,}6 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 2 \\ y = 1{,}6 \\ z = 3{,}6 \end{array}}$$

País Vasco



Ejercicio 120 (2 *puntos*)

> *Un autobús transporta 60 viajeros de tres tipos. Hay viajeros que pagan el billete entero, que vale 1,2 euros. Otro grupo de viajeros abona el 80 % y un tercer grupo abona el 50 %. La recaudación del autobús fue de 46,56 euros.*
> *Calcular el número de viajeros de cada clase sabiendo que el número de los viajeros con mayor descuento es el doble que el número del resto de viajeros.*
>
> *(País Vasco - Matemáticas II - Junio 2017 - Opción B)*

Solución.

Sean las incógnitas:

$$\begin{aligned} x &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de viajeros que pagan el billete completo”} \\ y &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de viajeros con billete reducido al } 80\,\%\text{”} \\ z &\equiv \text{“N}^{\text{o}}\text{ de viajeros con billete reducido al } 50\,\%\text{”} \end{aligned}$$

Del enunciado tenemos

$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ 1{,}2x + 0{,}8 \cdot 1{,}2y + 0{,}5 \cdot 1{,}2z = 46{,}56 \\ z = 2 \cdot (x + y) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ 10x + 8y + 5z = 388 \\ 2x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 10 & 8 & 5 & 388 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left[\begin{array}{c} \\ F_2 - 10F_1 \\ F_3 - 2F_1 \end{array}\right] \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & -2 & -5 & -212 \\ 0 & 0 & -3 & -120 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{ll} \Rightarrow x + 6 + 40 = 60 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -2x - 5 \cdot 40 = -212 & \Rightarrow \\ \Rightarrow -3z = -120 & \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{c} x = 14 \\ y = 6 \\ z = 40 \end{array}}$$